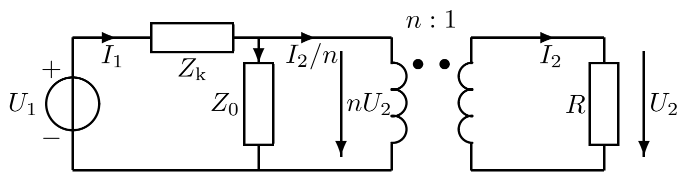
Muuntajan ominaisuuksien mittaaminen

Versio 18.3.2005.

Muuntajan oikosulku- ja tyhjäkäynti-impedanssi

Erityisesti suuritehoisissa muuntajissa on tapana käyttää piirimallia, jota käämi- ja keskinäisinduktanssien sijaan kuvataan muuntosuhteella ja oikosulku- ja tyhjäkäynti-impedansseilla. Tämän mallin etuna on yksinkertainen tehohäviöiden mallinnus sekä hieman helpompi matemaattinen käsittely (tikapuuverkko). Tutkitaan aluksi, ovatko edellä mainitut piirimallit yhteensopivia.



Kuva 1. Muuntosuhteeseen sekä oikosulku- ja tyhjäkäynti-impedansseihin perustuva muuntajan piirimalli kytkettynä jännitelähteeseen ja kuormaan.

$$U_1 = Z_\mathrm{k} I_1 + nU_2 \Rightarrow U_2 = \frac{U_1 - Z_\mathrm{k} I_1}{n} \tag{1}$$

$$U_1 = Z_\mathrm{k}\left(\frac{nU_2}{Z_0} + \frac{I_2}{n}\right) + nU_2 \Rightarrow U_2 = \frac{U_1 - Z_\mathrm{k}\frac{I_2}{n}}{n\frac{Z_\mathrm{k}}{Z_0} + n} \tag{2}$$

$$U_2 = U_2 \Rightarrow \tag{3}$$

$$\frac{U_1 - Z_\mathrm{k} I_1}{n} = \frac{U_1 - Z_\mathrm{k}\frac{I_2}{n}}{n\frac{Z_\mathrm{k}}{Z_0} + n} \tag{4}$$

$$\left(\frac{Z_\mathrm{k}}{Z_0} + 1\right) U_1 - \left(\frac{Z_\mathrm{k}}{Z_0} + 1\right) Z_\mathrm{k} I_1 = U_1 - Z_\mathrm{k}\frac{I_2}{n} \tag{5}$$

$$\frac{Z_\mathrm{k}}{Z_0} U_1 = \left(\frac{Z_\mathrm{k}}{Z_0} + 1\right) Z_\mathrm{k} I_1 - Z_\mathrm{k}\frac{I_2}{n} \tag{6}$$

$$U_1 = (Z_\mathrm{k} + Z_0)\, I_1 - \frac{Z_0}{n}\, I_2 \tag{7}$$

Yllä jännite U_1 lausuttiin virtojen avulla, kuten muuntajayhtälöissä. Tehdään sama homma jännitteelle U_2 lähtien uudestaan kahdesta ensimmäisestä yhtälöstä:

$$U_1 = U_1 \Rightarrow \tag{8}$$

$$Z_\mathrm{k} I_1 + nU_2 = Z_\mathrm{k}\left(\frac{nU_2}{Z_0} + \frac{I_2}{n}\right) + nU_2 \tag{9}$$

$$Z_\mathrm{k} I_1 - Z_\mathrm{k}\frac{I_2}{n} = Z_\mathrm{k}\left(\frac{nU_2}{Z_0}\right) \tag{10}$$

$$U_2 = \frac{Z_0}{n}\, I_1 - Z_0\,\frac{1}{n^2}\, I_2 \tag{11}$$

Tulosten pitäisi olla yhteensopivia "keskinäisinduktanssimuuntajan" yhtälöparin kanssa (huomaa virran I_2 erilainen oletussuunta (vrt. kirja):

$$U_1 = \mathrm{j}\omega L_1 I_1 + \mathrm{j}\omega M(-I_2) = \overbrace{(Z_\mathrm{k} + Z_0)}^{\mathrm{j}\omega L_1} I_1 - \overbrace{\frac{Z_0}{n}}^{\mathrm{j}\omega M} I_2 \tag{12}$$

$$U_2 = \mathrm{j}\omega M I_1 + \mathrm{j}\omega L_2(-I_2) = \underbrace{\frac{Z_0}{n}}_{\mathrm{j}\omega M} I_1 - \underbrace{Z_0 \frac{1}{n^2}}_{\mathrm{j}\omega L_2} I_2 \tag{13}$$

Lausekkeista voidaan tunnistaa muuntajan induktanssit:

$$\mathrm{j}\omega L_1 = Z_\mathrm{k} + Z_0 \tag{14}$$

$$\mathrm{j}\omega L_2 = \frac{Z_0}{n^2} \tag{15}$$

$$\mathrm{j}\omega M = \frac{Z_0}{n} \tag{16}$$

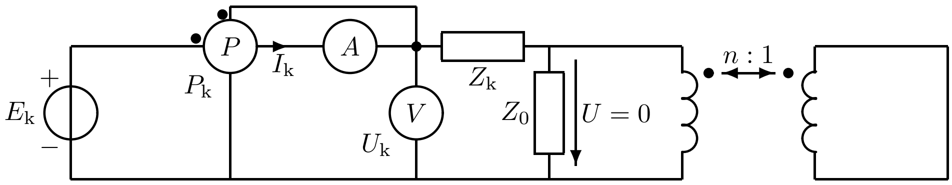
Yhteensopivuus edellyttää lisäksi sitä, että Z_0 ja Z_k ovat puhtaita reaktansseja (häviöitä ei oteta huomioon). Tiukan kytkennän ehto:

$$M^2 = L_1 L_2 \Rightarrow \frac{Z_0^2}{n^2} = \underbrace{(Z_\mathrm{k} + Z_0)}_{Z_0} Z_0 \frac{1}{n^2} \Rightarrow Z_\mathrm{k} = 0 \tag{17}$$

Nähdään, että nimenomaan Z_k ottaa huomioon mahdollisen löyhän kytkennän (lisäksi sen reaaliosa ottaa huomioon häviöt suurelta osin). Käytännön muuntajasta Z_k ja Z_0 mitataan oikosulkukokeen ja tyhjäkäyntikokeen avulla. Molemmissa tarvitaan jännite- ja virtamittarin lisäksi pätötehon mittari.

Oikosulkukoe

Oikosulkukokeessa (kuva 2) muuntajan toisiokäämi oikosuljetaan ja ensiöön kytketään niin pieni jännite, että muuntaja ottaa "vain" **nimellisvirtansa**. Koska mitattava impedanssi on pieni, käytetään wattimittarin **pitkää kytkentää**. Tällöin virtamittarin ja tehomittarin virtakäämin impedanssit eivät aiheuta jännitemittaukseen virhettä. Jännitemittarin ja tehomittarin jännitekäämin virrat ovat mitättömän pienet verrattuna Z_k:n kautta kulkevaan suurehkoon virtaan:



Kuva 2. Oikosulkukoe impedanssin Z_k mittaamiseksi. Oikosulkukoe on tehtävä riittävän matalalla jännitteellä, ellei tarkoituksena ole käyttää piiriä hitsaukseen!

Muuntajasta mitataan ensiöjännite U_k ja ensiövirta I_k sekä pätötehon mittarilla (wattimittari) ensiöpuolen teho P_k. **Wattimittarin** pisteet kuvaavat käämimissuuntia kuten muuntajassakin; **sähködynaamisessa** wattimittarissa on kaksi käämiä. Jos mittari näyttää negatiivista lukemaa, täytyy yleensä joko jännite- tai virtakäämin päät vaihtaa keskenään. Jännite- ja virtamittari mittaavat vain tehollisarvoja (vaiheesta ei saada tietoa): $U_\mathrm{k} = |\underline{U}_\mathrm{k}|$ ja $I_\mathrm{k} = |\underline{I}_\mathrm{k}|$. Ideaalimuuntajan ensiöjännite on nolla, koska toisio on oikosuljettu. Tällöin Z_0 ei vaikuta mitään, koska sen läpi ei nolla-jännitteellä kulje virtaa. R_k ja X_k voidaan johtaa melko helposti:

$$P_\mathrm{k} = \mathrm{Re}[\underline{U}_\mathrm{k}\underline{I}_\mathrm{k}^*] = \mathrm{Re}[\underline{Z}_\mathrm{k}\underline{I}_\mathrm{k}\underline{I}_\mathrm{k}^*] = \mathrm{Re}[\underline{Z}_\mathrm{k}|\underline{I}_\mathrm{k}|^2] = \mathrm{Re}[(R_\mathrm{k} + \mathrm{j}X_\mathrm{k})|\underline{I}_\mathrm{k}|^2] \quad (18)$$

$$P_\mathrm{k} = R_\mathrm{k}|\underline{I}_\mathrm{k}|^2 \Rightarrow R_\mathrm{k} = \frac{P_\mathrm{k}}{|\underline{I}_\mathrm{k}|^2} \quad (19)$$

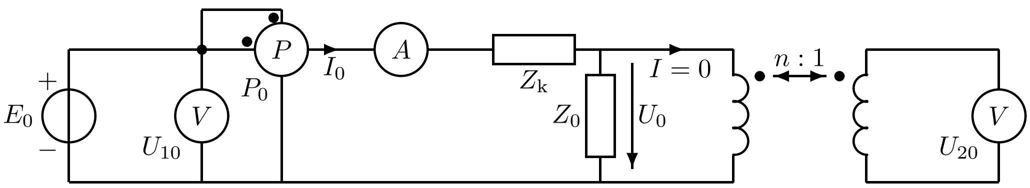
$$\underline{Z}_\mathrm{k} = \frac{\underline{U}_\mathrm{k}}{\underline{I}_\mathrm{k}} \Rightarrow |\underline{Z}_\mathrm{k}| = \frac{|\underline{U}_\mathrm{k}|}{|\underline{I}_\mathrm{k}|} \quad (20)$$

$$\Rightarrow \sqrt{R_\mathrm{k}^2 + X_\mathrm{k}^2} = \frac{|\underline{U}_\mathrm{k}|}{|\underline{I}_\mathrm{k}|} \Rightarrow X_\mathrm{k} = \sqrt{\left(\frac{U_\mathrm{k}}{I_\mathrm{k}}\right)^2 - R_\mathrm{k}^2} \quad (21)$$

R_k:n ja X_k:n arvot lasketaan siis pätötehon sekä jännitteen ja virran tehollisarvojen avulla.

Tyhjäkäyntikoe

Tyhjäkäyntikokeessa muuntajan toisiopuolelle kytketään jännitemittari, joka ei ota virtaa. Tällöin myös ideaalimuuntajan ensiökäämi on virraton. Wattimittari on **lyhyessä kytkennässä**, koska mitattava impedanssi on suuri. Tehomittarin virtakäämin ja virtamittarin jännitehäviöt ovat mitättömän pienet verrattuna Z_0:n jännitteeseen. Tehomittarin jännitekäämin ja jännitemittarin virrat eivät toisaalta aiheuta virhettä pieneen mitattavaan virtaan:



Kuva 3. Tyhjäkäyntikoe impedanssin Z_0 ja muuntosuhteen n mittaamiseksi. Tyhjäkäyntikoe tehdään muuntajan nimellisjännitteellä.

Ensiöpuolelle kytketään muuntajan nimellisjännite. Muuntajasta mitataan ensiöjännite $U_{10} = |\underline{U}_{10}|$, toisiojännite $U_{20} = |\underline{U}_{20}|$, ensiövirta $I_0 = |\underline{I}_0|$ ja ensiön ottama pätöteho P_0. Koska ideaalimuuntaja ei tyhjäkäynnissä ota virtaa, näkyy mittareille Z_k:n ja Z_0:n sarjaankytkentä. Kuten oikosulkukokeessa saadaan:

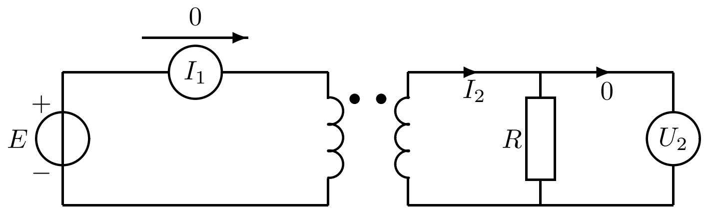
$$n = \frac{|\underline{U}_0|}{|\underline{U}_{20}|} \approx \frac{|\underline{U}_{10}|}{|\underline{U}_{20}|} \quad (22)$$

$$R_0 \approx R_0 + R_\mathrm{k} = \frac{P_0}{|\underline{I}_0|^2} \quad (23)$$

$$X_0 \approx X_0 + X_\mathrm{k} = \sqrt{\left(\frac{|\underline{U}_{10}|}{|\underline{I}_0|}\right)^2 - R_0^2} \quad (24)$$

Kuormitetun muuntajan induktanssien mittaaminen virta- ja jännitemittarilla

Oletetaan tiukka kytkentä. Mahdollisia häviöitä ei otetaa huomioon. Merkitään $E = |E|\angle 0°$, jolloin myös $U_2 = |U_2|\angle 0°$. Muuntajasta mitataan tunnetun kuormavastuksen R jännite ja ensiövirta I_1:



Kuva 4. Muuntajan induktanssien mittaaminen pelkällä jännite- ja virtamittauksella.

$$\begin{cases} E = \mathrm{j}\omega L_1 I_1 - \mathrm{j}\omega M \frac{U_2}{R} \Rightarrow L_1 = \frac{E - \mathrm{j}\omega M \frac{U_2}{R}}{\mathrm{j}\omega I_1} = \frac{E}{\mathrm{j}\omega I_1} + \frac{MU_2}{RI_1} \\ U_2 = \mathrm{j}\omega M I_1 - \mathrm{j}\omega \underbrace{\frac{M^2}{L_1}}_{L_2} \underbrace{\frac{U_2}{R}}_{I_2} \end{cases} \tag{25}$$

$$\left(\underbrace{\frac{E}{\mathrm{j}\omega I_1} + \frac{MU_2}{RI_1}}_{L_1} \right) U_2 = \left(\underbrace{\frac{E}{\mathrm{j}\omega I_1} + \frac{MU_2}{RI_1}}_{L_1} \right) \mathrm{j}\omega M I_1 - \mathrm{j}\omega M^2 \frac{U_2}{R} = EM \tag{26}$$

$$\frac{E}{\mathrm{j}\omega} + \frac{MU_2}{R} = \frac{EM}{U_2} I_1 \tag{27}$$

$$\frac{U_2}{\mathrm{j}\omega M} + \frac{U_2^2}{ER} = I_1 \tag{28}$$

$$\left(\frac{U_2}{\omega M} \right)^2 + \left(\frac{U_2^2}{ER} \right)^2 = |I_1|^2 \Rightarrow \left(\frac{U_2}{\omega M} \right)^2 = |I_1|^2 - \left(\frac{U_2^2}{ER} \right)^2 \tag{29}$$

$$\omega M = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{|I_1|}{U_2} \right)^2 - \left(\frac{U_2}{ER} \right)^2}} = \left(\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{|I_1|}{U_2} \right)^2 - \left(\frac{|I_2|}{E} \right)^2}} \right) \tag{30}$$

Saatiin kaava keskinäisinduktanssille M. Lasketaan vielä L_1 ja L_2:

$$\omega L_1 = \left| \frac{E}{\mathrm{j}I_1} + \frac{\omega M U_2}{RI_1} \right| = \frac{\sqrt{E^2 + (\omega M \frac{U_2}{R})^2}}{|I_1|} = \frac{\sqrt{E^2 + \left(\frac{(\frac{U_2}{R})^2}{\left(\frac{|I_1|}{U_2}\right)^2 - \left(\frac{U_2}{ER}\right)^2} \right)}}{|I_1|} \tag{31}$$

$$= \frac{\sqrt{\frac{E^2 \left(\frac{|I_1|}{U_2}\right)^2}{\left(\frac{|I_1|}{U_2}\right)^2 - \left(\frac{U_2}{ER}\right)^2}}}{|I_1|} = \frac{E}{U_2 \sqrt{\left(\frac{|I_1|}{U_2} \right)^2 - \left(\frac{U_2}{ER} \right)^2}} \tag{32}$$

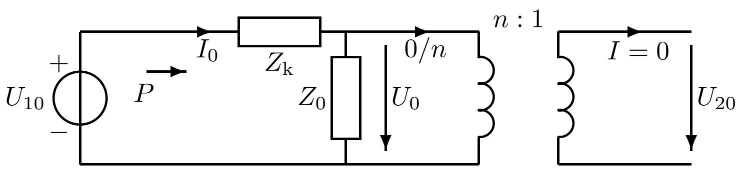
$$\omega L_1 = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{|I_1|}{E}\right)^2 - \left(\frac{U_2^2}{RE^2}\right)^2}} = \left(\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{|I_1|}{E}\right)^2 - \left(\frac{|I_2|}{nE}\right)^2}}\right) \tag{33}$$

$$\omega L_2 = \frac{(\omega M)^2}{\omega L_1} \tag{34}$$

$$n = \frac{E}{U_2} = \frac{L_1}{M} = \frac{M}{L_2} \tag{35}$$

Esimerkkilukuarvot $|E| = 230$ V, $|U_2| = 11{,}5$ V, $f = 50$ Hz, $|I_1| = 73{,}32$ mA, $|I_2| = 80{,}00$ mA, $R = 143{,}75\ \Omega$ tuottavat induktanssiarvoiksi tasaluvut: $L_1 = 10$ H, $M = 0{,}50$ H, $L_2 = 25$ mH.

Esim. 1. Oheisessa muuntajassa (kuva 5) muuntosuhde $n = 10$ sekä impedanssit $Z_\mathrm{k} = 0{,}1 + \mathrm{j}0{,}2\ \Omega$ ja $Z_0 = 1000 + \mathrm{j}1000\ \Omega$. Mitkä mittaustulokset saadaan muuntajan tyhjäkäyntikokeesta jännitteellä $U_{10} = 230$ V?



Kuva 5. Tyhjäkäyntikokeessa mitataan ensiön virta ja teho sekä toisiojännite. Toisiokäämiin kytketään vain jännitemittari, joka ei ota virtaa.

Induktansseja ei käytetä silloin, kun muuntaja kuvataan muuntosuhteen avulla. Jännite- ja virtamittari näyttävät kompleksiluvun itseisarvoa eli tehollisarvoa.

$$I_0 = \frac{U_{10}}{Z_\mathrm{k} + Z_0} \approx \frac{U_{10}}{Z_0} \Rightarrow |I_0| = 163\ \mathrm{mA} \tag{36}$$

$$P = \mathrm{Re}[U_{10} I_0^*] = \mathrm{Re}[(Z_\mathrm{k} + Z_0) I_0 I_0^*] \tag{37}$$

$$P = \mathrm{Re}[Z_\mathrm{k} + Z_0]|I_0|^2 \approx \mathrm{Re}[Z_0]|I_0|^2 = 26{,}45\ \mathrm{W} \tag{38}$$

$$U_{20} = \frac{U_0}{n} = \frac{1}{n} Z_0 I_0 = \frac{1}{n} Z_0 \frac{U_{10}}{Z_\mathrm{k} + Z_0} \approx \frac{U_{10}}{n} \Rightarrow |U_{20}| = 23\ \mathrm{V} \tag{39}$$