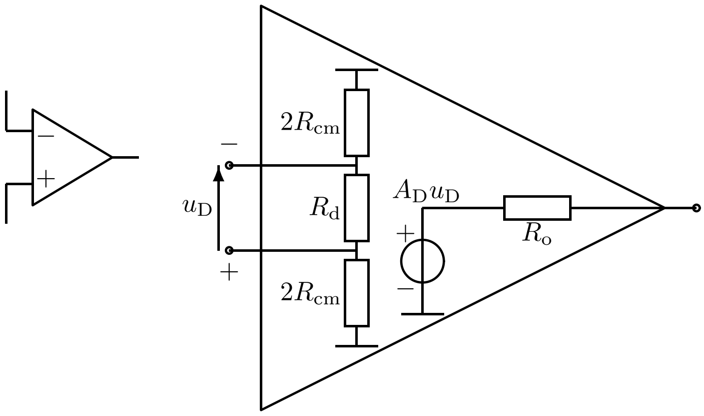
Kirjaa täydentävää materiaalia. Versio 25.9.2003.

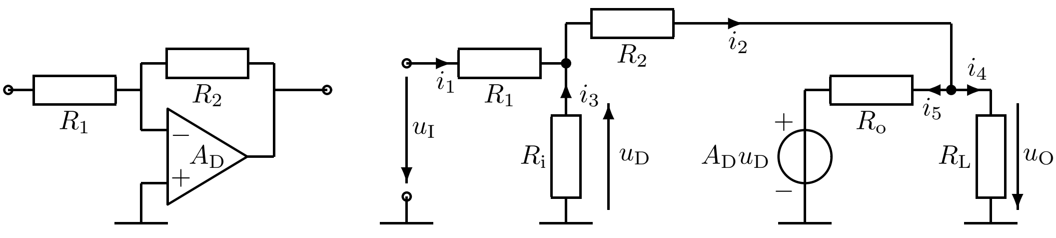
Äärellinen jännitevahvistus, tulo- ja lähtöresistanssi

Operaatiovahvistimen (differentiaalinen) jännitevahvistus A_D on yleensä hyvin suuri, mutta kuitenkin äärellinen. Tuloresistanssi R_i ei myöskään ole ääretön, vaikka onkin korkea. Tuloresistanssi jaetaan differentiaaliseen ja yhteismuotoiseen tuloresitanssiin R_d ja R_cm (kuva 1). Koska yleensä $R_\mathrm{cm} >> R_\mathrm{d}$, on kokonaistuloresistanssi R_i likimain yhtä suuri kuin R_d.



Kuva 1. Operaatiovahvistimen differentiaalinen ja yhteismuotoinen tuloresistanssi. Jos tulonavat yhdistetään (mikä vastaa yhteismuotoista tapausta), asettuvat vastukset $2R_\mathrm{cm}$ rinnan: $\frac{2R_\mathrm{cm}\cdot 2R_\mathrm{cm}}{2R_\mathrm{cm}+2R_\mathrm{cm}} = R_\mathrm{cm}$. Mikäli toinen sisäänmeno ($+$) kytketään maahan, on tuloresistanssi vastusten $2R_\mathrm{cm}$ ja R_d rinnankytkentä.

Käytännön operaatiovahvistimissa on myös yllättävän korkea lähtöresistanssi R_o. Seuraavassa havaitaan, että näiden tekijöiden vaikutus takaisinkytketyn vahvistimen ominaisuuksiin on yleensä minimaalinen. Ideaalisen operaatiovahvistimen oletukset antavat tarkkoja tuloksia, kunhan jännitevahvistus vain on riittävän korkea. Tarkastellaan esimerkkinä invertoivaa vahvistinkytkentää (kuva 2). Poikkeuksellisesti operaatiovahvistinta ei siis nyt oletetakaan ideaaliseksi.



Kuva 2. Operaatiovahvistimen **epäideaalisuudet** voidaan ottaa huomioon sijaiskytkennän avulla. Tyypillisesti epäideaalisuudet ovat vähäisiä eli R_o on pieni ja R_i sekä A_D ovat hyvin suuria.

Lasketaan ensin jännitevahvistus A_U takaisinkytkettynä:

$$\begin{cases} i_1 + i_3 = i_2 \Rightarrow \frac{u_\mathrm{I}+u_\mathrm{D}}{R_1} + \frac{u_\mathrm{D}}{R_\mathrm{i}} = \frac{-u_\mathrm{D}-u_\mathrm{O}}{R_2} \\ i_2 = i_4 + i_5 \Rightarrow \frac{-u_\mathrm{D}-u_\mathrm{O}}{R_2} = \frac{u_\mathrm{O}}{R_\mathrm{L}} + \frac{u_\mathrm{O}-A_\mathrm{D}u_\mathrm{D}}{R_\mathrm{o}} \end{cases} \tag{1}$$

$$\begin{cases} \frac{u_\mathrm{I}}{R_1} + \frac{u_\mathrm{O}}{R_2} + \frac{u_\mathrm{D}}{R_1} + \frac{u_\mathrm{D}}{R_2} + \frac{u_\mathrm{D}}{R_\mathrm{i}} = 0 \qquad \Rightarrow u_\mathrm{D} = -\left(\frac{u_\mathrm{I}}{R_1} + \frac{u_\mathrm{O}}{R_2}\right) R_{12\mathrm{i}} \\ \frac{1}{R_{2\mathrm{Lo}}} \cdot u_\mathrm{O} = \left(\frac{A_\mathrm{D}}{R_\mathrm{o}} - \frac{1}{R_2}\right) u_\mathrm{D} = -\left(\frac{A_\mathrm{D}}{R_\mathrm{o}} - \frac{1}{R_2}\right)\left(\frac{u_\mathrm{I}}{R_1} + \frac{u_\mathrm{O}}{R_2}\right) R_{12\mathrm{i}} \end{cases} \tag{2}$$

$$\frac{1}{R_{12\mathrm{i}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_\mathrm{i}} \qquad \frac{1}{R_{2\mathrm{Lo}}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_\mathrm{L}} + \frac{1}{R_\mathrm{o}} \tag{3}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{R_{2\mathrm{Lo}}} + \left(\frac{A_\mathrm{D}}{R_\mathrm{o}} - \frac{1}{R_2}\right)\frac{R_{12\mathrm{i}}}{R_2}\right) u_\mathrm{O} = -\left(\frac{A_\mathrm{D}}{R_\mathrm{o}} - \frac{1}{R_2}\right)\frac{R_{12\mathrm{i}}}{R_1} u_\mathrm{I} \tag{4}$$

$$A_\mathrm{u} = \frac{u_\mathrm{O}}{u_\mathrm{I}} = \frac{-\left(\frac{A_\mathrm{D}}{R_\mathrm{o}} - \frac{1}{R_2}\right)\frac{R_{12\mathrm{i}}}{R_1}}{\left(\frac{1}{R_{2\mathrm{Lo}}} + \left(\frac{A_\mathrm{D}}{R_\mathrm{o}} - \frac{1}{R_2}\right)\frac{R_{12\mathrm{i}}}{R_2}\right)} \tag{5}$$

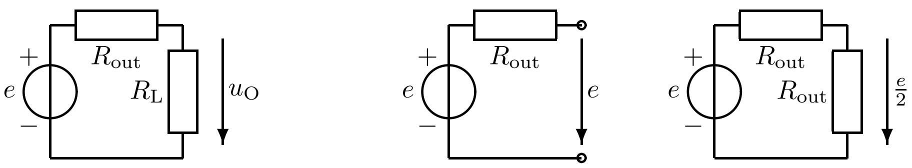
$$A_\mathrm{u} = -\frac{R_2}{R_1}\,\frac{A_\mathrm{D} - \frac{R_\mathrm{o}}{R_2}}{A_\mathrm{D} - \frac{R_\mathrm{o}}{R_2} + \frac{R_\mathrm{o}R_2}{R_{12\mathrm{i}}R_{2\mathrm{Lo}}}} \to -\frac{R_2}{R_1} \quad (A_\mathrm{D} \to \infty) \tag{6}$$

Kun A_D kasvaa hyvin suureksi, jäävät osoittajassa ja nimittäjässä olevat muut termit merkityksettömiksi. Tulos lähestyy ideaalisen invertoivan operaatiovahvistimen jännitevahvistuksen lauseketta, niinkuin pitääkin. Tarkastellaan seuraavaksi takaisinkytketyn vahvistimen tuloresistanssia R_in:

$$R_\mathrm{in} = \frac{u_\mathrm{I}}{i_1} = \frac{u_\mathrm{I}}{\frac{u_\mathrm{I}+u_\mathrm{D}}{R_1}} = \frac{u_\mathrm{I}R_1}{u_\mathrm{I} - \left(\frac{u_\mathrm{I}}{R_1} + \frac{u_\mathrm{O}}{R_2}\right)R_{12\mathrm{i}}} \qquad (u_\mathrm{O} = A_\mathrm{u}u_\mathrm{I}) \tag{7}$$

$$R_\mathrm{in} = \frac{R_1}{1 - \left(\frac{1}{R_1} + \frac{A_\mathrm{u}}{R_2}\right)R_{12\mathrm{i}}} \to R_1 \qquad \left(A_\mathrm{u} \to -\frac{R_2}{R_1}\right) \tag{8}$$

Tuloresistanssi on siis suurilla A_D:n arvoilla yhtä suuri kuin R_1, kuten teoreettisestikin. Takaisinkytketyn vahvistimen lähtöresistanssi R_out voidaan laskea kuvan 3 perusteella.



Kuva 3. Vahvistimen lähtöliitännän sijaiskytkentä. Jännitelähde e on sama kuin lähtöjännite tyhjäkäynnissä (eli kun $R_\mathrm{L} = \infty$). Kuormitettuna lähtöjännite u_O on kuormavastuksen R_L takia pienempi kuin e.

Merkitään operaatiovahvistimen lähtöjännitettä, kun kuormavastus $R_\mathrm{L} = \infty$, lyhyesti e:llä ($e = A_{\mathrm{u}0}u_\mathrm{D}$, missä $A_{\mathrm{u}0}$ on tyhjäkäyntijännitevahvistus). Lähtöjännitteen u_O pieneneminen kuormitettaessa otetaan huomioon koko vahvistimen sisäisellä vastuksella $R_\mathrm{out} \neq R_\mathrm{o}$. Se voidaan laskea kaavan (6) avulla seuraavasti: kun $R_\mathrm{L} = R_\mathrm{out}$, lähtöjännite putoaa puoleen eli $u_\mathrm{O} = \frac{e}{2}$, kun $R_\mathrm{L} = R_\mathrm{out}$.

$$u_\mathrm{O}(R_\mathrm{L} = \infty) = e = -\frac{R_2}{R_1}\,\frac{A_\mathrm{D} - \frac{R_\mathrm{o}}{R_2}}{A_\mathrm{D} - \frac{R_\mathrm{o}}{R_2} + (\frac{1}{R_2} + \frac{1}{\infty} + \frac{1}{R_\mathrm{o}})\frac{R_\mathrm{o}R_2}{R_{12i}}}\,u_\mathrm{I} \tag{9}$$

$$u_\mathrm{O}(R_\mathrm{L} = R_\mathrm{out}) = \frac{e}{2} = -\frac{R_2}{R_1}\,\frac{A_\mathrm{D} - \frac{R_\mathrm{o}}{R_2}}{A_\mathrm{D} - \frac{R_\mathrm{o}}{R_2} + (\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_\mathrm{out}} + \frac{1}{R_\mathrm{o}})\frac{R_\mathrm{o}R_2}{R_{12i}}}\,u_\mathrm{I} \tag{10}$$

Koska osoittajat ovat samat, verrataan vain nimittäjiä:

$$A_\mathrm{D} - \frac{R_\mathrm{o}}{R_2} + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_\mathrm{out}} + \frac{1}{R_\mathrm{o}}\right)\frac{R_\mathrm{o}R_2}{R_\mathrm{12i}} = 2\left[A_\mathrm{D} - \frac{R_\mathrm{o}}{R_2} + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_\mathrm{o}}\right)\frac{R_\mathrm{o}R_2}{R_\mathrm{12i}}\right]$$

$$\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_\mathrm{out}} + \frac{1}{R_\mathrm{o}}\right)\frac{R_\mathrm{o}R_2}{R_\mathrm{12i}} = A_\mathrm{D} - \frac{R_\mathrm{o}}{R_2} + 2\frac{R_\mathrm{o} + R_2}{R_\mathrm{12i}} \tag{12}$$

$$\frac{1}{R_\mathrm{out}}\frac{R_\mathrm{o}R_2}{R_\mathrm{12i}} = A_\mathrm{D} - \frac{R_\mathrm{o}}{R_2} + \frac{R_\mathrm{o} + R_2}{R_\mathrm{12i}} \tag{13}$$

$$R_\mathrm{out} = \frac{\frac{R_\mathrm{o}R_2}{R_\mathrm{12i}}}{A_\mathrm{D} - \frac{R_\mathrm{o}}{R_2} + \frac{R_\mathrm{o}+R_2}{R_\mathrm{12i}}} \to 0 \quad (A_\mathrm{D} \to \infty) \tag{14}$$

Takaisinkytketyn operaatiovahvistimen lähtöresistanssi R_out on nolla, vaikka operaatiovahvistinpiirin lähtöliitännän sisäinen vastus R_o olisikin melko suuri.

Huomataan, että kaikki edellä johdetut tulokset palautuvat ideaalisen invertoivan vahvistimen kaavoihin, jos vahvistus on suuri, eli $A_\mathrm{D} \to \infty$. Vastaavanlainen tarkastelu voitaisiin tehdä ei-invertoivalle tai mille tahansa muulle kytkennälle. Näiden käsittely jätetään hauskan haastavaksi kotitehtäväksi. Tuloksia voi hieman yksinkertaistaa olettamalla tuloresistanssia laskettaessa R_o nollaksi ja lähtöresistanssia laskettaessa R_i äärettömäksi.

Esim. 1. Lasketaan edellä olleiden lausekkeiden arvot tyypillisillä lukuarvoilla. $R_1 = 10$ kΩ, $R_2 = 100$ kΩ, $R_\mathrm{L} = 1$ kΩ, $R_\mathrm{i} = 1$ MΩ, $R_\mathrm{o} = 100\ \Omega$, $A_\mathrm{D} = 100\,000$.

$$A_\mathrm{u} = -\frac{R_2}{R_1}\,\frac{A_\mathrm{D} - \frac{R_\mathrm{o}}{R_2}}{A_\mathrm{D} - \frac{R_\mathrm{o}}{R_2} + \frac{R_\mathrm{o}R_2}{R_\mathrm{12i}R_\mathrm{2Lo}}} = -9{,}9988 \approx -10 \tag{15}$$

$$R_\mathrm{in} = \frac{R_1}{1 - R_\mathrm{12i}(\frac{1}{R_1} + \frac{A_\mathrm{u}}{R_2})} = 10{,}0001\ \mathrm{k}\Omega \approx 10\,000\ \Omega \tag{16}$$

$$R_\mathrm{out} = \frac{\frac{R_\mathrm{o}R_2}{R_\mathrm{12i}}}{A_\mathrm{D} - \frac{R_\mathrm{o}}{R_2} + \frac{R_\mathrm{o}+R_2}{R_\mathrm{12i}}} = 0{,}0111\ \Omega \approx 0 \tag{17}$$

Tuloksista nähdään, että operaatiovahvistimen olettaminen ideaaliseksi on melkoisen hyvin perusteltua.