

1. Tasavirtapiirit ja Kirchhoffin lait

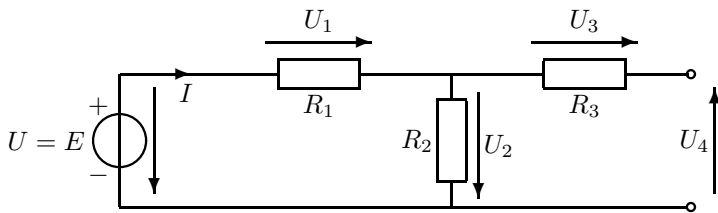
Sähkötekniikka ja elektroniikka, sivut 15-62. Versio 13.1.2004.

Kurssin Sähkötekniikka laskuharjoitus-, välikoe- ja tenttitehtäviä (tentin ykköstehtävä).

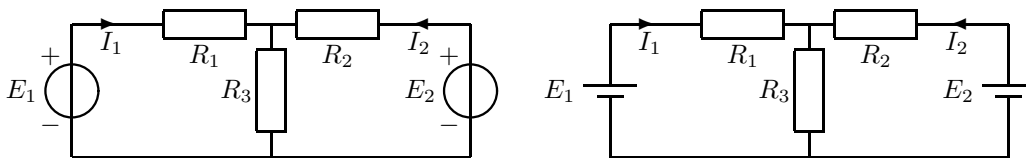
Kirchhoffin lait, jännite- ja virtalähteet

Kaikkien sähkö- ja elektroniikka-alalla toimivien tulee hallita Kirchhoffin lait ja niiden soveltaminen — ne ovat vieläkin piirisuunnittelijan tärkein työkalu, vaikka piirit analysoidaisiin muuten simulointiohjelmissa. Huomaa, että virtaa ei yleensä voi laskea yksistään Ohmin lain avulla. Ratkaisut ovat tiedoston lopussa.

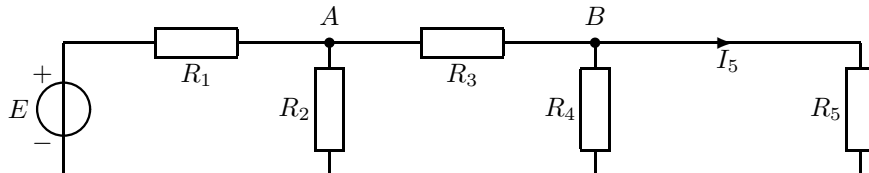
101. Kuvan piiristä tunnetaan $U_1 = 4 \text{ V}$, $U_2 = 2 \text{ V}$ ja $R_1 = 2 \Omega$. Päätele E , U_3 , U_4 , I ja R_2 .



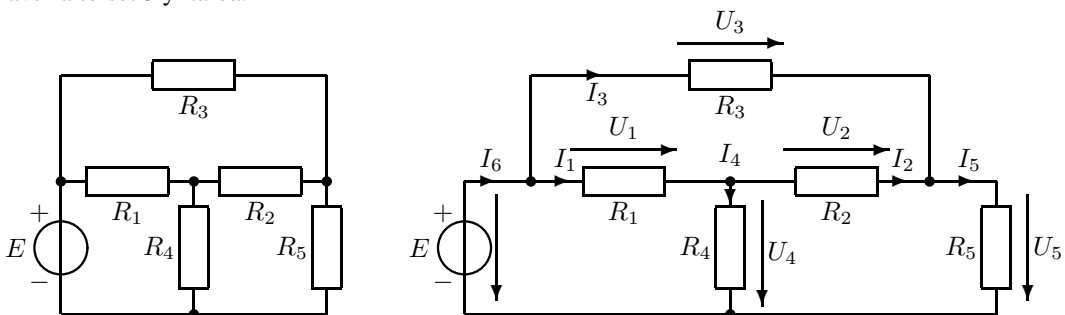
102. Laske virrat I_1 ja I_2 . $E_1 = 8 \text{ V}$, $E_2 = 12 \text{ V}$, $R_1 = 4 \Omega$, $R_2 = 8 \Omega$, $R_3 = 4 \Omega$.



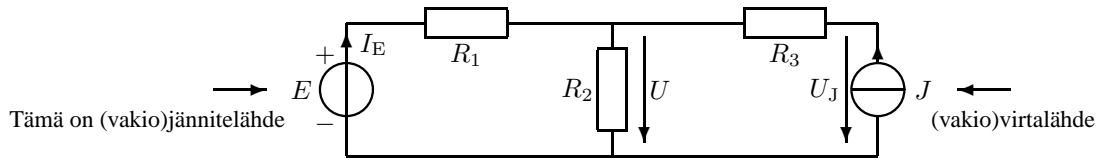
103. Kirjoita piirille 2 yhtälöä Kirchhoffin virtalain ja 3 yhtälöä Kirchhoffin jännitelain mukaan. Ratkaise I_5 . $R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 1 \Omega$, $R_3 = 1 \Omega$, $R_4 = 1 \Omega$, $R_5 = 1 \Omega$, $E = 2 \text{ V}$.



104. Kirjoita oheiselle piirille Kirchhoffin virtalain avulla 3 yhtälöä ja Kirchhoffin jännitelain avulla toiset 3 yhtälöä.

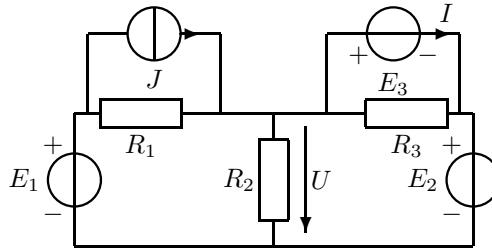


105. Laske jännitteet U ja U_J . $E = 7 \text{ V}$, $J = 2 \text{ A}$, $R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_3 = 5 \Omega$.

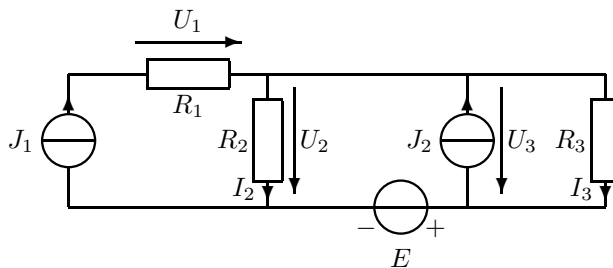


Monet tenttien osanottajat luulevat tietävänsä, mutta eivät tiedä, mikä on (vakio)virtalähde!

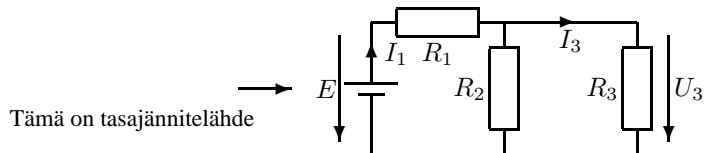
106. Laske jännite U ja virta I . $J = 2 \text{ A}$, $E_1 = 4 \text{ V}$, $E_2 = 10 \text{ V}$, $E_3 = 3 \text{ V}$, $R_1 = R_2 = R_3 = 5 \Omega$.



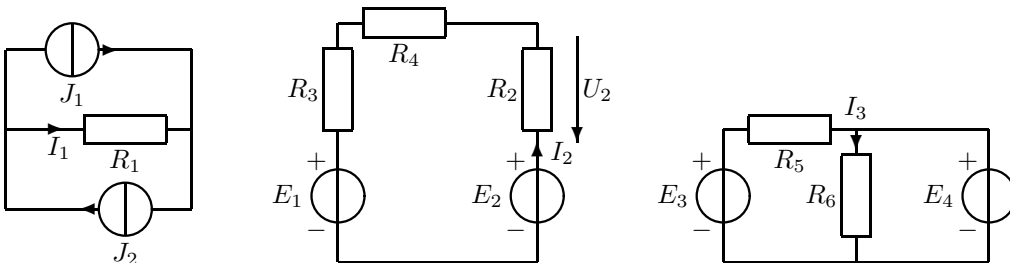
107. Laske vastusten jännitteet Kirchhoffin lakien avulla. $E = 2 \text{ V}$, $J_1 = 2 \text{ A}$, $J_2 = 2 \text{ A}$, $R_1 = 2 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_3 = 4 \Omega$.



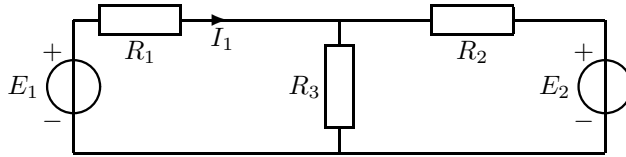
108. Laske R_2 :n ja R_3 :n rinnankytkennän resistanssi R_{23} ja sen avulla R_3 :n ottama teho P_3 . $E = 1 \text{ V}$, $R_1 = 100 \Omega$, $R_2 = 200 \Omega$, $R_3 = 50 \Omega$.



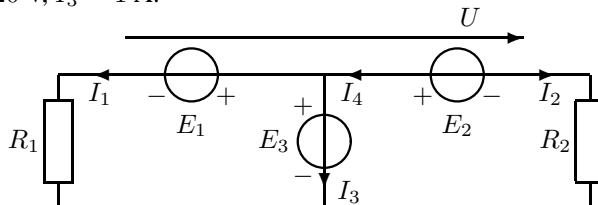
109. Kuvassa on kolme erillistä piiriä. Laske I_1 , I_2 , U_2 , I_3 ja vastuksen R_6 kuluttama teho P_6 . $J_1 = 2 \text{ A}$, $J_2 = 4 \text{ A}$, $E_1 = 2 \text{ V}$, $E_2 = 4 \text{ V}$, $E_3 = 15 \text{ V}$, $E_4 = 20 \text{ V}$, $R_1 = 5 \Omega$, $R_2 = R_3 = 5 \Omega$, $R_4 = 10 \Omega$, $R_5 = 5 \Omega$, $R_6 = 10 \Omega$.



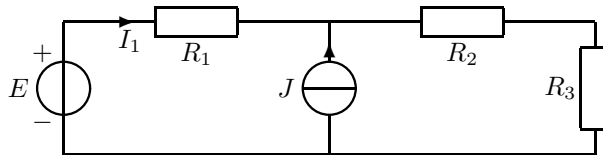
110. Laske virta I_1 esimerkiksi Kirchhoffin lakien tai silmukkamenetelmän avulla. $E_1 = 18$ V, $E_2 = 6$ V, $R_1 = 3 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_3 = 6 \Omega$



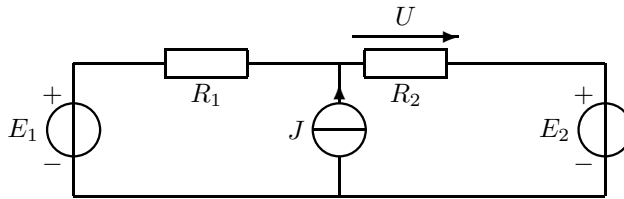
111. Laske virrat I_1 , I_2 ja I_4 , sekä jännitteet E_3 ja U . $R_1 = 4 \Omega$, $R_2 = 4 \Omega$, $E_1 = 10$ V, $E_2 = 20$ V, $I_3 = 1$ A.



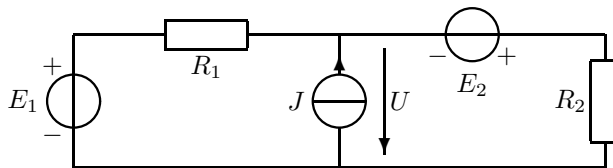
112. Laske virta I_1 . $R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_3 = 3 \Omega$, $E = 1$ V, $J = 2$ A.



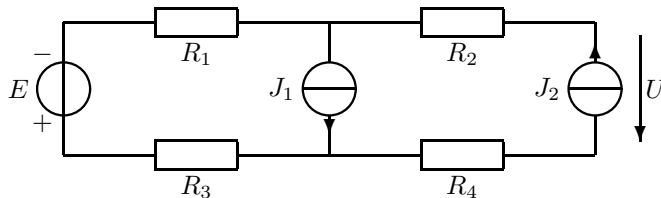
113. Laske jännite U . $R_1 = 2 \Omega$, $R_2 = 3 \Omega$, $J = 2$ A, $E_1 = 1$ V, $E_2 = 4$ V.



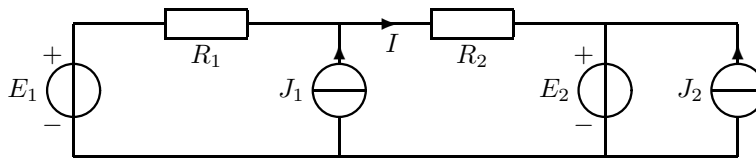
114. Laske jännite U . $R_1 = 12 \Omega$, $R_2 = 25 \Omega$, $J = 1$ A, $E_1 = 1$ V, $E_2 = 27$ V.



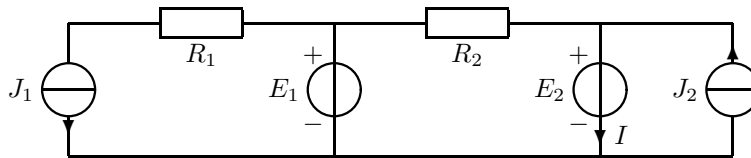
115. Laske jännite U . $R_1 = 20 \Omega$, $R_2 = 10 \Omega$, $R_3 = 10 \Omega$, $R_4 = 20 \Omega$, $E = 10$ V, $J_1 = 1$ A, $J_2 = 2$ A.



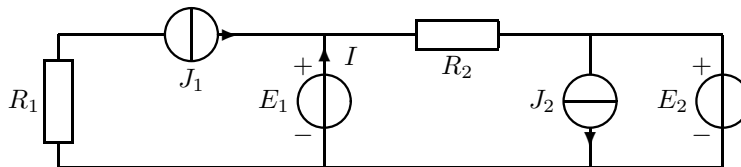
116. Laske virta I . $E_1 = 10\text{ V}$, $E_2 = 8\text{ V}$, $J_1 = 4\text{ A}$, $J_2 = 2\text{ A}$, $R_1 = 4\ \Omega$, $R_2 = 2\ \Omega$.



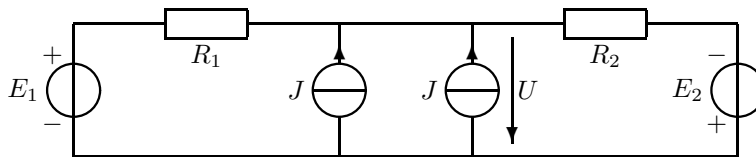
117. Laske virta I . $E_1 = 10\text{ V}$, $E_2 = 8\text{ V}$, $J_1 = 4\text{ A}$, $J_2 = 2\text{ A}$, $R_1 = 4\ \Omega$, $R_2 = 2\ \Omega$.



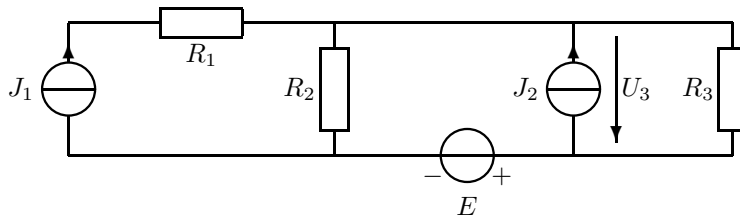
118. Laske virta I . $J_1 = 1\text{ A}$, $J_2 = 2\text{ A}$, $E_1 = 20\text{ V}$, $E_2 = 5\text{ V}$, $R_1 = 2\ \Omega$, $R_2 = 5\ \Omega$.



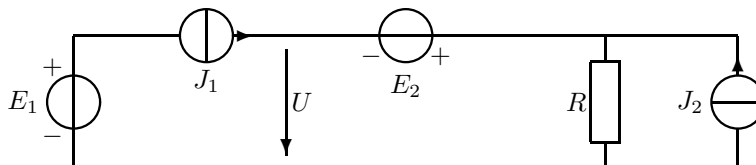
119. Laske jännite U . $J = 2\text{ A}$, $E_1 = 8\text{ V}$, $E_2 = 10\text{ V}$, $R_1 = 2\ \Omega$, $R_2 = 2\ \Omega$.



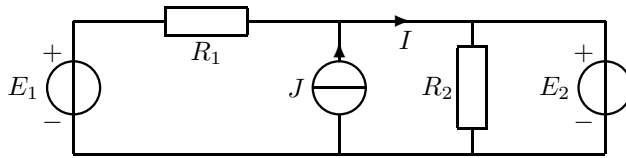
120. Laske jännite U_3 . $E = 10\text{ V}$, $J_1 = 1\text{ A}$, $J_2 = 2\text{ A}$, $R_1 = 4\ \Omega$, $R_2 = 2\ \Omega$, $R_3 = 3\ \Omega$.



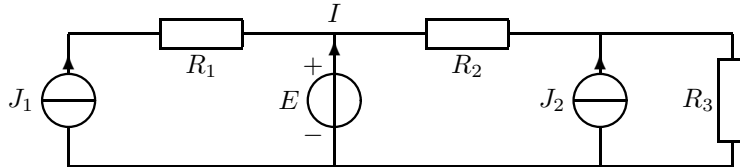
121. Laske jännite U . $R = 10\ \Omega$, $J_1 = 1\text{ A}$, $J_2 = 2\text{ A}$, $E_1 = 10\text{ V}$, $E_2 = 20\text{ V}$.



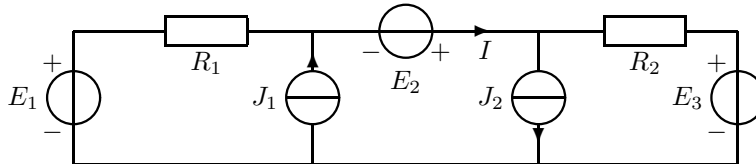
122. Laske virta I . $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 5 \Omega$, $J = 2 \text{ A}$, $E_1 = 10 \text{ V}$, $E_2 = 25 \text{ V}$.



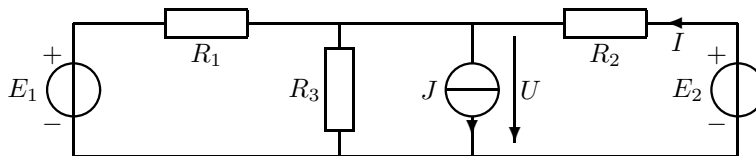
123. Laske virta I . $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 10 \Omega$, $R_3 = 20 \Omega$, $J_1 = 1 \text{ A}$, $J_2 = 2 \text{ A}$, $E = 10 \text{ V}$.



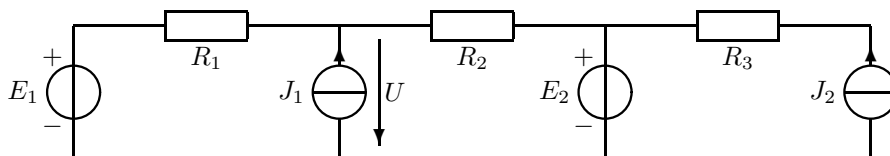
124. Laske virta I . $R_1 = 4 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $J_1 = 1 \text{ A}$, $J_2 = 2 \text{ A}$, $E_1 = 8 \text{ V}$, $E_2 = 4 \text{ V}$, $E_3 = 2 \text{ V}$.



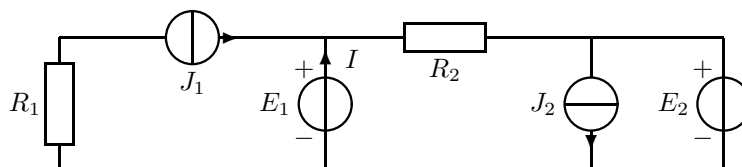
125. Laske jännite U ja virta I . $E_1 = 8 \text{ V}$, $E_2 = 25 \text{ V}$, $R_1 = 2 \Omega$, $R_2 = 5 \Omega$, $R_3 = 10 \Omega$, $J = 1 \text{ A}$.



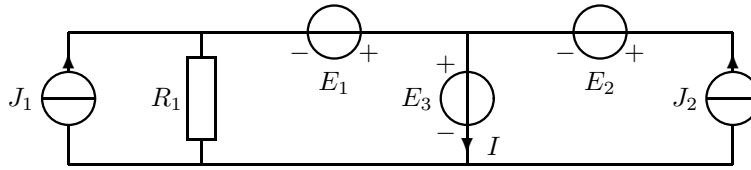
126. Laske jännite U . $J_1 = 2 \text{ A}$, $J_2 = 4 \text{ A}$, $E_1 = 8 \text{ V}$, $E_2 = 6 \text{ V}$, $R_1 = 3 \Omega$, $R_2 = 5 \Omega$, $R_3 = 10 \Omega$.



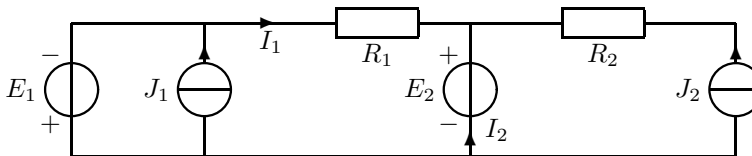
127. Laske virta I . $J_1 = 1 \text{ A}$, $J_2 = 2 \text{ A}$, $E_1 = 20 \text{ V}$, $E_2 = 5 \text{ V}$, $R_1 = 2 \Omega$, $R_2 = 5 \Omega$.



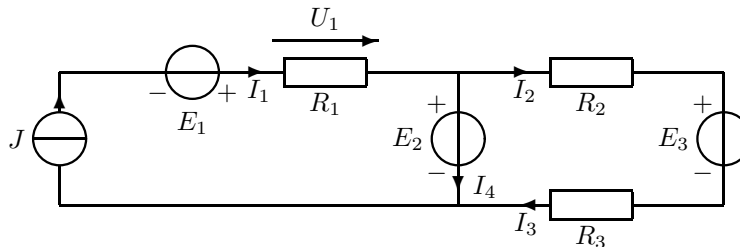
128. Laske virta I . $J_1 = 2\text{ A}$, $J_2 = 4\text{ A}$, $E_1 = 2\text{ V}$, $E_2 = 4\text{ V}$, $E_3 = 5\text{ V}$ ja $R_1 = 3\ \Omega$.



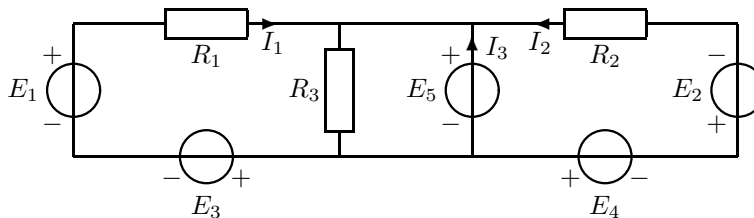
129. Laske virrat I_1 ja I_2 . $J_1 = 2\text{ A}$, $J_2 = 3\text{ A}$, $E_1 = 4\text{ V}$, $E_2 = 10\text{ V}$, $R_1 = R_2 = 2\ \Omega$.



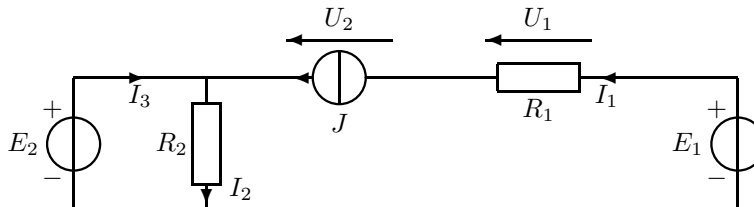
130. Laske virrat I_1 , I_2 , I_3 , I_4 ja jännite U_1 . $E_1 = 8\text{ V}$, $E_2 = 12\text{ V}$, $E_3 = 10\text{ V}$, $J = 0,2\text{ A}$, $R_1 = 22\ \Omega$, $R_2 = 10\ \Omega$, $R_3 = 10\ \Omega$.



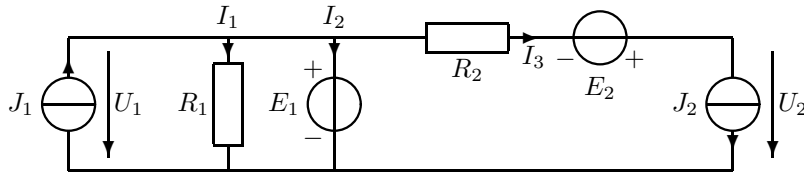
131. Laske virrat I_1 , I_2 ja I_3 . $E_1 = 14\text{ V}$, $E_2 = 12\text{ V}$, $E_3 = 4\text{ V}$, $E_4 = 6\text{ V}$, $E_5 = 6\text{ V}$, $R_1 = 2\ \Omega$, $R_2 = 6\ \Omega$, $R_3 = 2\ \Omega$.



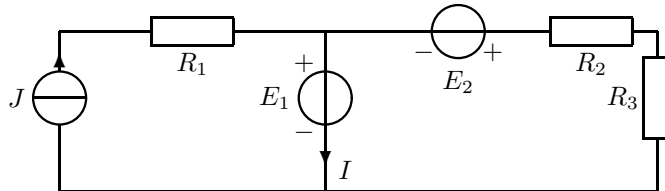
132. Laske virrat I_1 , I_2 ja I_3 , sekä jännitteet U_1 ja U_2 . $R_1 = 2\ \Omega$, $R_2 = 4\ \Omega$, $E_1 = 20\text{ V}$, $E_2 = 12\text{ V}$, $J = 2\text{ A}$.



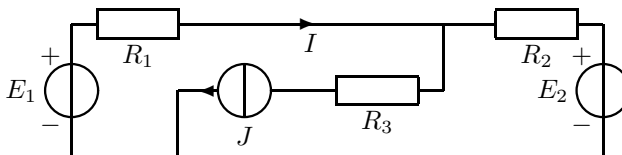
133. Laske virrat I_1 , I_2 ja I_3 sekä jännitteet U_1 ja U_2 . $E_1 = 4$ V, $E_2 = 2$ V, $R_1 = 2$ Ω , $R_2 = 4$ Ω , $J_1 = 1$ A, $J_2 = 3$ A.



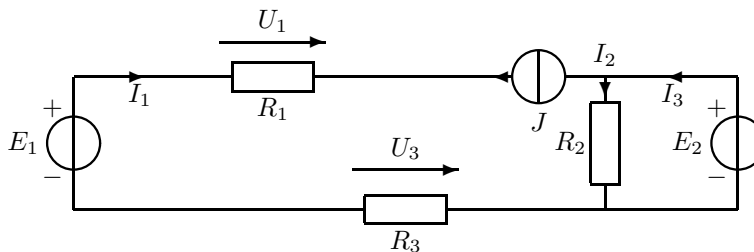
134. Laske virta I . $E_1 = 9$ V, $E_2 = 3$ V, $J = 3$ A, $R_1 = 2$ Ω , $R_2 = 2$ Ω ja $R_3 = 4$ Ω .



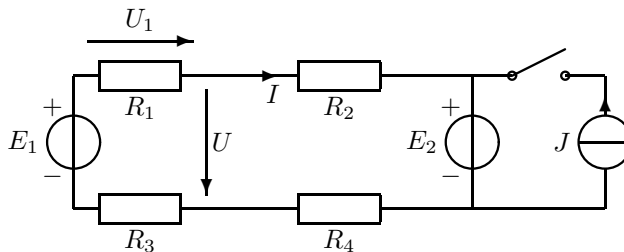
135. Laske virta I . $R_1 = R_2 = R_3 = 10$ Ω , $J = 3$ A, $E_1 = 10$ V, $E_2 = 20$ V.



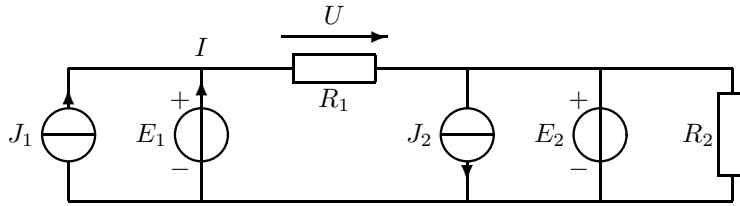
136. Kuinka suurina ovat virrat I_1 , I_2 ja I_3 , sekä jännitteet U_1 ja U_3 . $R_1 = 2$ Ω , $R_2 = \frac{2}{3}$ Ω , $R_3 = \frac{1}{3}$ Ω , $E_1 = 2$ V, $E_2 = 4$ V, $J = 3$ A.



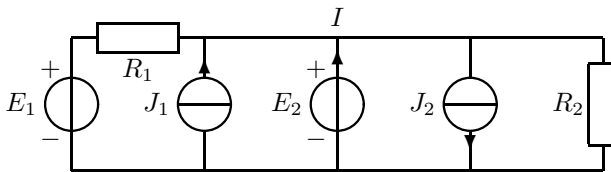
137. Kuvan kytkin on aluksi auki. Päättele, kuinka suurina ovat virta I sekä jännitteet U_1 ja U . Laske vastusten yhdessä kuluttama teho. Paljonko U muuttuu, jos kytkin suljetaan? $R_1 = 2$ Ω , $R_2 = 4$ Ω , $R_3 = 2$ Ω , $R_4 = 2$ Ω , $E_1 = 30$ V, $E_2 = 10$ V, $J = 2$ A.



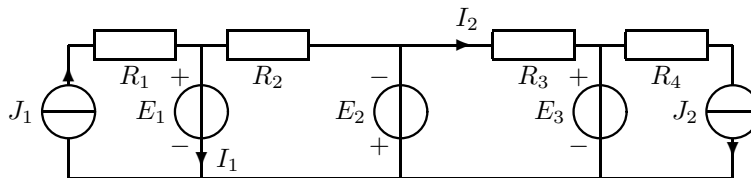
138. Laske jännite U ja virta I . $J_1 = 0,8 \text{ A}$, $J_2 = 0,1 \text{ A}$, $E_1 = 10 \text{ V}$, $E_2 = 6 \text{ V}$, $R_1 = R_2 = 4 \Omega$.



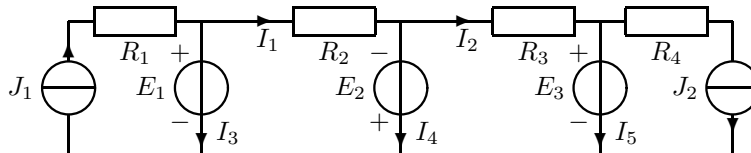
139. Laske virta I seuraavilla lukuarvoilla: $E_1 = 2 \text{ V}$, $E_2 = 4 \text{ V}$, $J_1 = 2 \text{ A}$, $J_2 = 4 \text{ A}$, $R_1 = 2 \Omega$ ja $R_2 = 4 \Omega$.



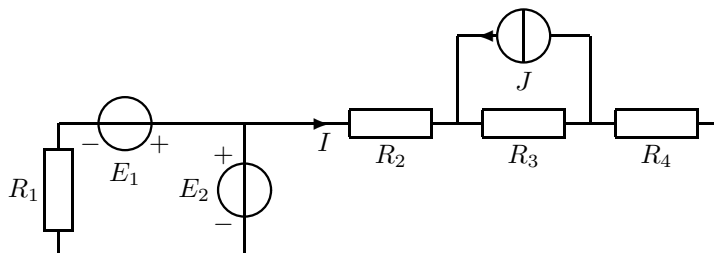
140. Laske virrat I_1 ja I_2 . $R_1 = 2 \Omega$, $R_2 = 4 \Omega$, $R_3 = 6 \Omega$, $R_4 = 8 \Omega$, $E_1 = 10 \text{ V}$, $E_2 = 10 \text{ V}$, $E_3 = 20 \text{ V}$, $J_1 = 1 \text{ A}$, $J_2 = 2 \text{ A}$.



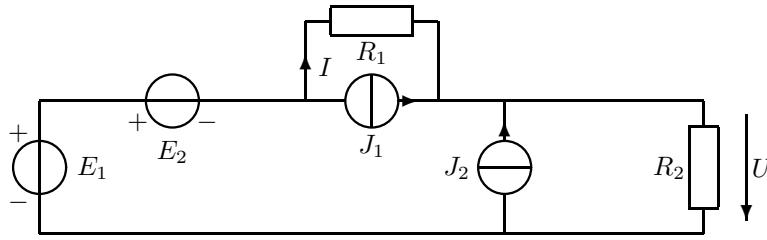
141. Laske virrat I_1 , I_2 , I_3 , I_4 ja I_5 . $R_1 = 2 \Omega$, $R_2 = 4 \Omega$, $R_3 = 6 \Omega$, $R_4 = 8 \Omega$, $E_1 = 10 \text{ V}$, $E_2 = 10 \text{ V}$, $E_3 = 20 \text{ V}$, $J_1 = 1 \text{ A}$, $J_2 = 2 \text{ A}$.



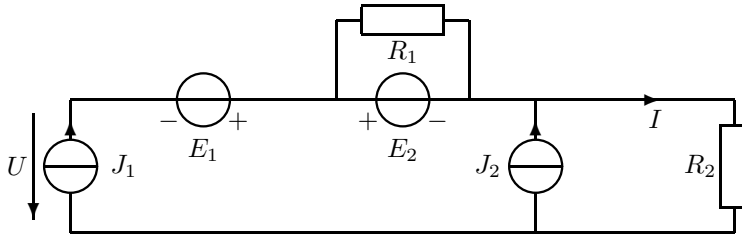
142. Laske virta I . $J = 2 \text{ A}$, $E_1 = 11 \text{ V}$, $E_2 = 15 \text{ V}$, $R_1 = 6,5 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_3 = 3 \Omega$, $R_4 = 4 \Omega$.



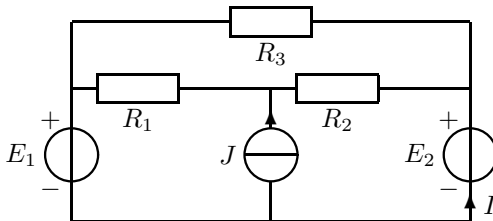
143. Laske jännite U ja virta I . $J_1 = 1$ A, $J_2 = 3$ A, $E_1 = 19$ V, $E_2 = 3$ V, $R_1 = R_2 = 2$ Ω .



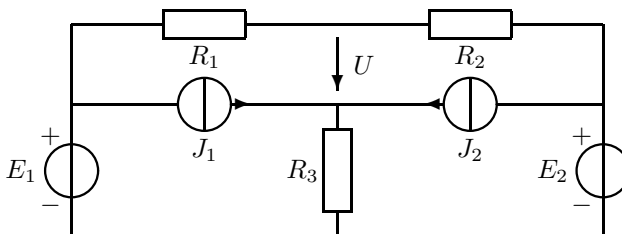
144. Laske jännite U ja virta I . $J_1 = 1$ A, $J_2 = 3$ A, $E_1 = 1$ V, $E_2 = 3$ V, $R_1 = R_2 = 2$ Ω .



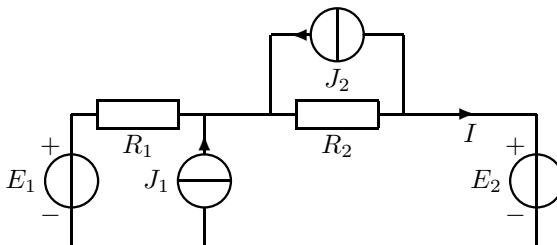
145. Laske virta I . $E_1 = 9$ V, $E_2 = 3$ V, $J = 3$ A, $R_1 = 2$ Ω , $R_2 = 2$ Ω ja $R_3 = 3$ Ω .



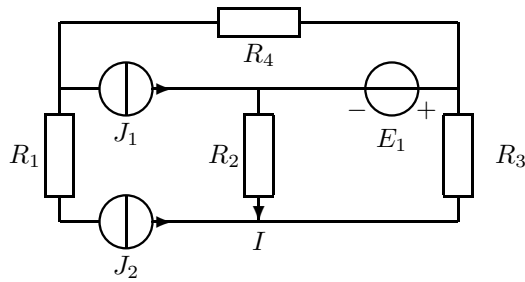
146. Laske jännite U . $E_1 = 12$ V, $E_2 = 6$ V, $J_1 = 4$ A, $J_2 = 2$ A, $R_1 = 4$ Ω , $R_2 = 2$ Ω , $R_3 = 2$ Ω .



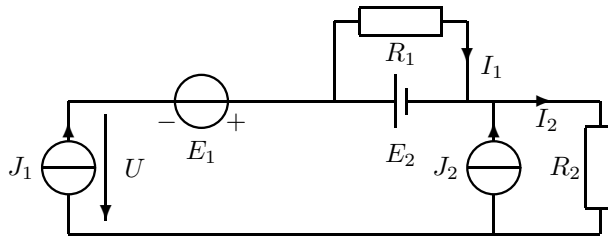
147. Laske virta I . $E_1 = 10$ V, $E_2 = 3$ V, $J_1 = 1,5$ A, $J_2 = 1$ A, $R_1 = 2$ Ω ja $R_2 = 2$ Ω .



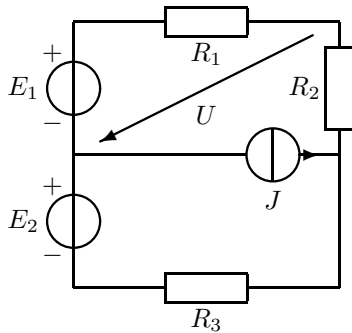
148. Laske virta I . $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 5 \Omega$, $R_3 = 10 \Omega$, $R_4 = 20 \Omega$, $J_1 = 1 \text{ A}$, $J_2 = 2 \text{ A}$, $E_1 = 10 \text{ V}$.



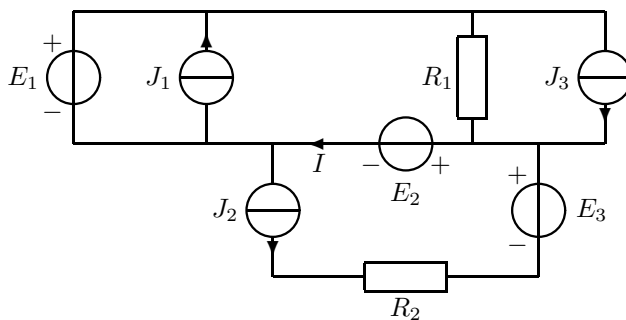
149. Kaikki kuvan lähteet ovat tasasähkölähteitä. Laske jännite U ja virrat I_1 ja I_2 . $J_1 = 1 \text{ A}$, $J_2 = 3 \text{ A}$, $E_1 = 1 \text{ V}$, $E_2 = 3 \text{ V}$, $R_1 = R_2 = 2 \Omega$.



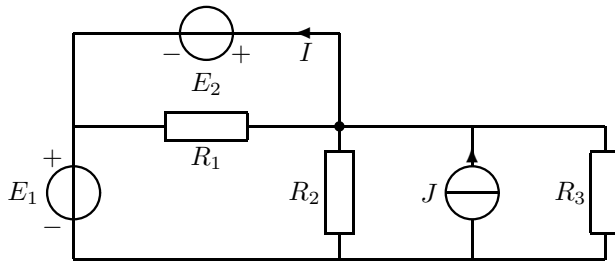
150. Laske jännite U . $R_1 = 4 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_3 = 2 \Omega$, $J = 2 \text{ A}$, $E_1 = 8 \text{ V}$, $E_2 = 4 \text{ V}$.



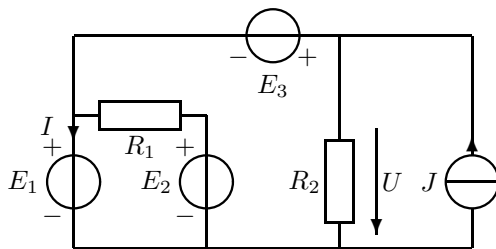
151. Laske virta I . $R_1 = 4 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $J_1 = 1 \text{ A}$, $J_2 = 2 \text{ A}$, $J_3 = 3 \text{ A}$, $E_1 = 6 \text{ V}$, $E_2 = 4 \text{ V}$, $E_3 = 2 \text{ V}$.



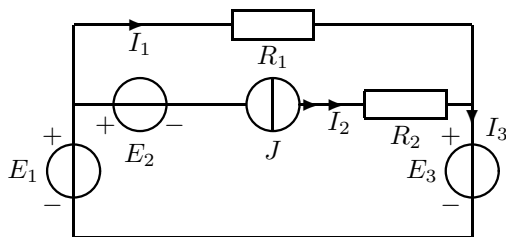
152. Laske virta I . $J = 2 \text{ A}$, $E_1 = 10 \text{ V}$, $E_2 = 5 \text{ V}$, $R_1 = 2,5 \Omega$, $R_2 = 5 \Omega$, $R_3 = 15 \Omega$.



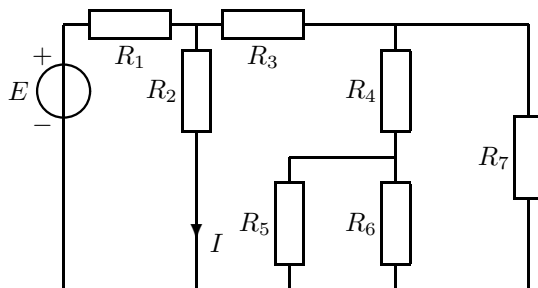
153. Laske jännite U ja virta I . $J = 2 \text{ A}$, $E_1 = 10 \text{ V}$, $E_2 = 20 \text{ V}$, $E_3 = 5 \text{ V}$, $R_1 = 2 \Omega$, $R_2 = 3 \Omega$.



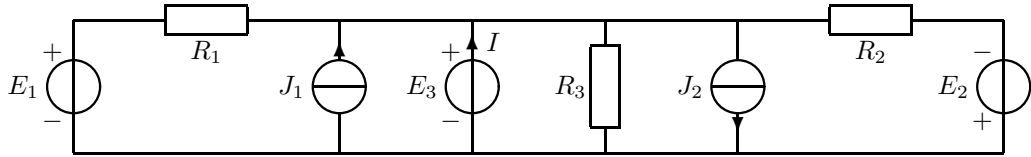
154. Miten voisit laskea virrat I_1 , I_2 ja I_3 , jos tunsit komponenttien lukuarvot. Ilmoita tulokset kirjainlausekkeina.



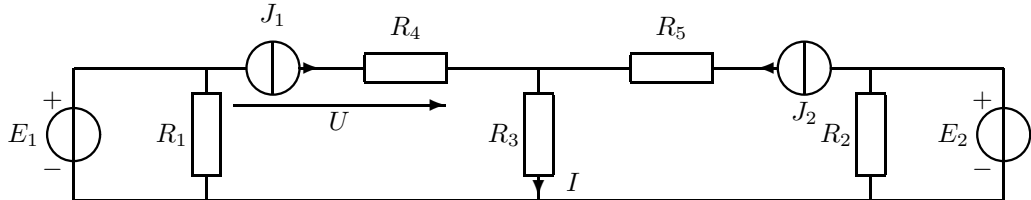
155. Laske virta I . $R_1 = 6,5 \Omega$, $R_2 = 15 \Omega$, $R_3 = 4 \Omega$, $R_4 = 6 \Omega$, $R_5 = 4 \Omega$, $R_6 = 4 \Omega$, $R_7 = 24 \Omega$, $E = 25 \text{ V}$.



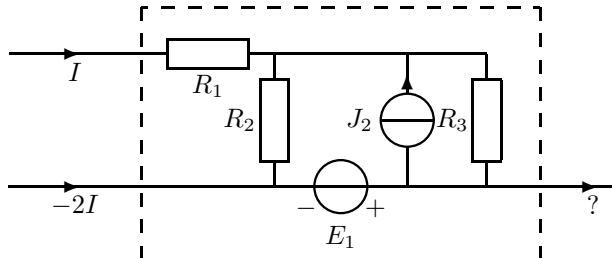
156. Laske virta I . $J_1 = 2 \text{ A}$, $J_2 = 4 \text{ A}$, $E_1 = 10 \text{ V}$, $E_2 = 5 \text{ V}$, $E_3 = 20 \text{ V}$, $R_1 = 2,5 \Omega$, $R_2 = 5 \Omega$, $R_3 = 10 \Omega$.



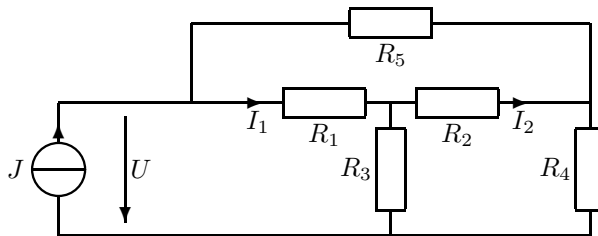
157. Laske virta I ja jännite U Kirchhoffin lakien avulla. $J_1 = 1 \text{ A}$, $J_2 = 2 \text{ A}$, $E_1 = 10 \text{ V}$, $E_2 = 1,723 \text{ V}$, $R_1 = 2 \Omega$, $R_2 = 4 \Omega$, $R_3 = 3 \Omega$, $R_4 = 4 \Omega$, $R_5 = 5 \Omega$.



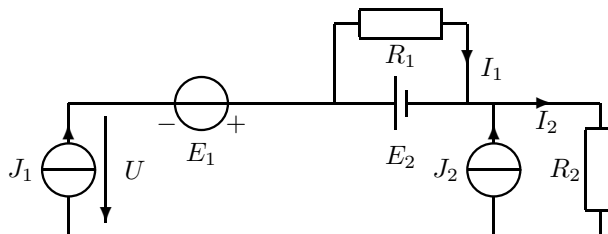
158. Laske vastusten jännitteet. $E_1 = 4 \text{ V}$, $J_2 = 2 \text{ A}$, $R_1 = 2 \Omega$, $R_2 = 1 \Omega$, $R_3 = 4 \Omega$, $I = 2 \text{ A}$.



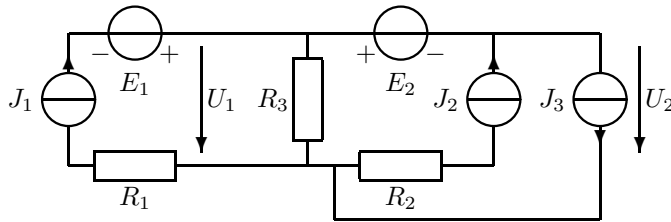
159. Laske kuvan vastusverkon resistanssi (eli virtalähteen näkemä resistanssi). Voit käyttää samaa menetelmää kuin ohjattujen lähteiden yhteydessä. $J = 1 \text{ A}$, $R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 1 \Omega$, $R_3 = 1 \Omega$, $R_4 = 1 \Omega$, $R_5 = 1 \Omega$.



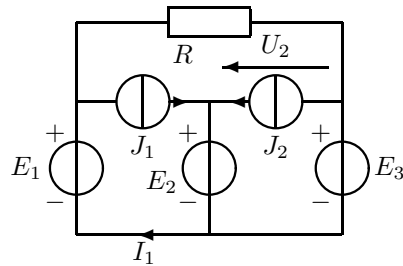
160. Kaikilla kuvan lähteillä on sama taajuus. Laske jännite U ja virrat I_1 ja I_2 . $J_1 = 1 \text{ A}$, $J_2 = 3 \text{ A}$, $E_1 = 1 \text{ V}$, $E_2 = 3 \text{ V}$, $R_1 = R_2 = 2 \Omega$.



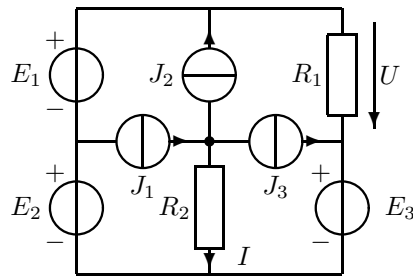
161. Laske jännitteet U_1 ja U_2 . $J_1 = 4$ A, $J_2 = 3$ A, $J_3 = 2$ A, $E_1 = 10$ V, $E_2 = 6$ V, $R_1 = R_2 = R_3 = 5$ Ω .



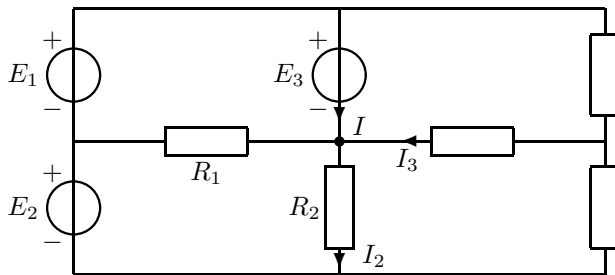
162. Laske virta I_1 ja jännite U_2 . $E_1 = 10$ V, $E_2 = 4$ V, $E_3 = 6$ V, $R = 8$ Ω , $J_1 = 4$ A, $J_2 = 1$ A.



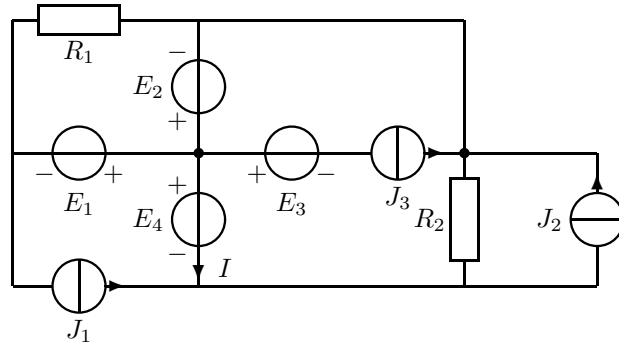
163. Laske jännite U Kirchhoffin jännitelain avulla ja virta I Kirchhoffin virtalain avulla. $R_1 = 6$ Ω , $R_2 = 4$ Ω , $E_1 = 10$ V, $E_2 = 20$ V, $E_3 = 14$ V, $J_1 = 0,1$ A, $J_2 = 0,4$ A, $J_3 = 0,5$ A.



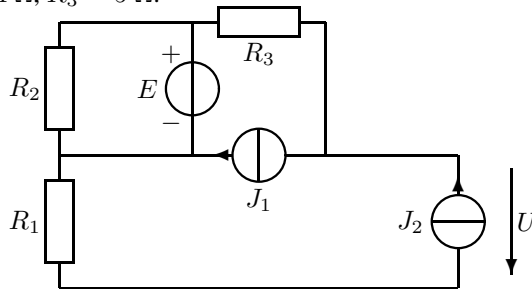
164. Laske Kirchhoffin lakien avulla virrat I_2 ja I_3 . $E_1 = 10$ V, $E_2 = 4$ V, $E_3 = 6$ V, $R_1 = 8$ Ω , $R_2 = 4$ Ω , $I = 1$ A. Muita lukuarvoja ei tarvita!



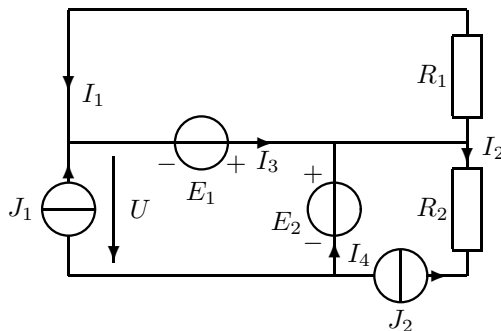
165. Laske virta I . $J_1 = 1 \text{ A}$, $J_2 = 2 \text{ A}$, $J_3 = 3 \text{ A}$, $E_1 = 4 \text{ V}$, $E_2 = 10 \text{ V}$, $E_3 = 6 \text{ V}$, $E_4 = 5 \text{ V}$, $R_1 = R_2 = 2 \Omega$.



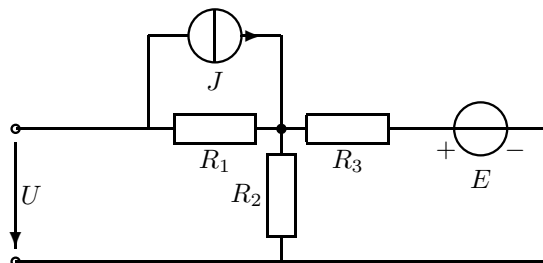
166. Laske jännite U Kirchhoffin lakien avulla. $J_1 = 4 \text{ A}$, $J_2 = 3 \text{ A}$, $E = 10 \text{ V}$, $R_1 = 2 \Omega$, $R_2 = 4 \Omega$, $R_3 = 5 \Omega$.



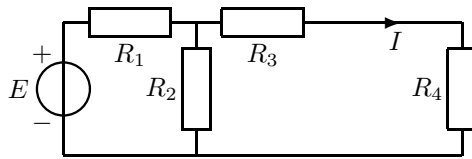
167. Laske jännite U ja virrat I_1 , I_2 , I_3 ja I_4 . $R_1 = 20 \Omega$, $R_2 = 10 \Omega$, $E_1 = 40 \text{ V}$, $E_2 = 20 \text{ V}$, $J_1 = 1 \text{ A}$, $J_2 = 2 \text{ A}$.



168. Kuinka suuri jännite U on oheisen piirin liittimien välillä? $R_1 = 2 \Omega$, $R_2 = 4 \Omega$, $R_3 = 6 \Omega$, $E = 10 \text{ V}$, $J = 1 \text{ A}$.



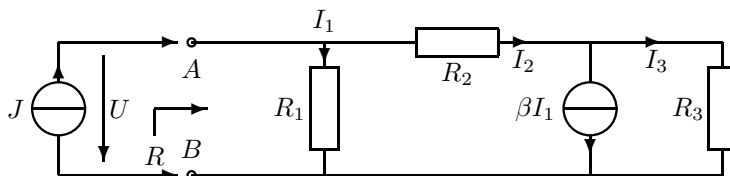
169. Laske virta I peräkkäisten lähdemuunnosten avulla. $E = 12\text{ V}$, $R_1 = 300\ \Omega$, $R_2 = 100\ \Omega$, $R_3 = 75\ \Omega$, $R_4 = 50\ \Omega$.



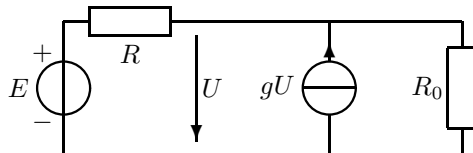
Ohjatut lähteet

Ohjatun virta- tai jännitelähteen lukuarvo riippuu sitä ohjaavasta jännitteestä tai virrasta. Tämä ei merkittävästi muuta laskutapaa, ellei lasketa matriisimuodossa. Elektroniikan komponentteja (transistori, fet, ym.) tarkastellaan yleisesti ohjattuina lähteinä.

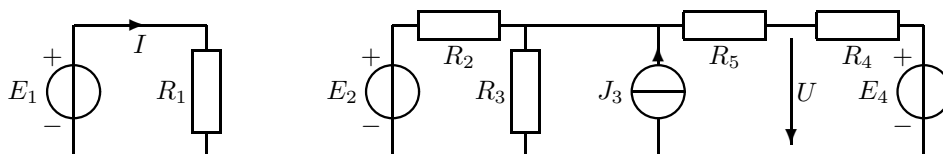
170. Mikä resistanssi näkyy piirissä portista A-B? Huom. Ohjattujen lähteiden yhteydessä resistanssi on laskettava jännitteen ja virran suhteena kytkemällä napoihin A-B virta- tai jännitelähde. $R_1 = 1000\ \Omega$, $R_2 = 2000\ \Omega$, $R_3 = 100\ \Omega$, $\beta = 100$.



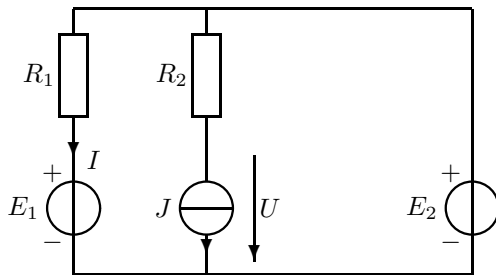
171. Ohjattu lähde toimii vahvistimena. Laske lähteen navoissa vaikuttava jännite U . $E = 5\text{ V}$, $R = 1\text{ k}\Omega$, $R_0 = 1\text{ k}\Omega$, $g = 1,5\text{ mS}$.



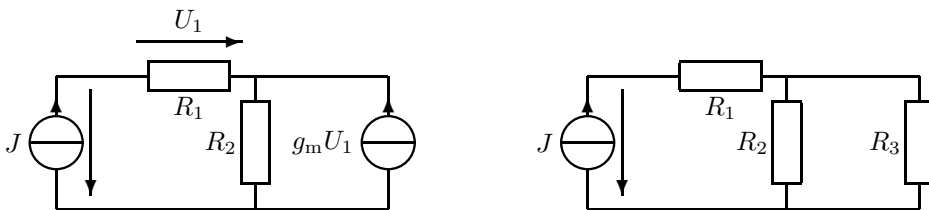
172. Laske jännite U peräkkäisten lähdemuunnosten avulla. $E_1 = 10\text{ V}$, $E_2 = rI$, $E_4 = 0,8\text{ V}$, $J_3 = 1,5\text{ mA}$, $r = 10\ \Omega$, $R_1 = 1000\ \Omega$, $R_2 = 200\ \Omega$, $R_3 = 200\ \Omega$, $R_4 = 1000\ \Omega$, $R_5 = 900\ \Omega$.



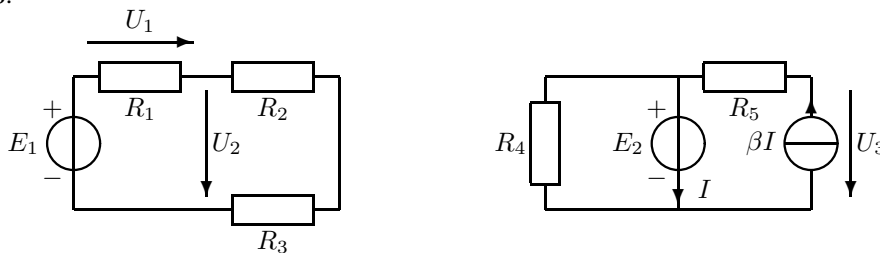
173. Kuvassa on tavallisten jännitelähteiden lisäksi virtaohjattu virtalähde, joka käytännössä vastaa transistoria. Laske jännite U . $E_1 = 0,7$ V, $E_2 = 10,7$ V, $J = \beta I$, $\beta = 50$, $R_1 = 10$ k Ω , $R_2 = 82$ Ω .



174. Mikä pitäisi vastuksen R_3 arvon olla, jotta virtalähteen J jännite olisi sama molemmissa piireissä. $R_1 = 2500$ Ω , $R_2 = 100$ Ω , $g_m = 0,04$ S.

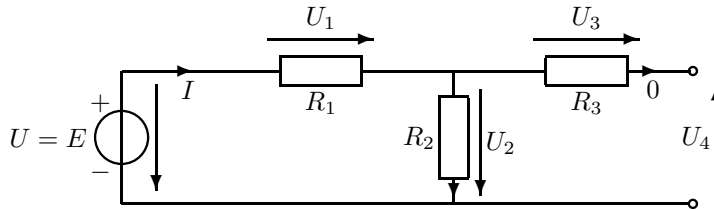


175. Laske jännitteet U_1 , U_2 ja U_3 , virta I sekä vastuksen R_4 ottama teho P_4 . Virtalähde on virtaohjattu. $E_1 = 8$ V, $E_2 = 12$ V, $R_1 = 2$ Ω , $R_2 = 1$ Ω , $R_3 = 5$ Ω , $R_4 = 2$ Ω , $R_5 = 3$ Ω , $\beta = 3$.



Ratkaisut:

101. Kuvan piiristä tunnetaan $U_1 = 4 \text{ V}$, $U_2 = 2 \text{ V}$ ja $R_1 = 2 \Omega$. Päättele E , U_3 , U_4 , I ja R_2 .



$$E = U_1 + U_2 = 6 \text{ V} \quad (1)$$

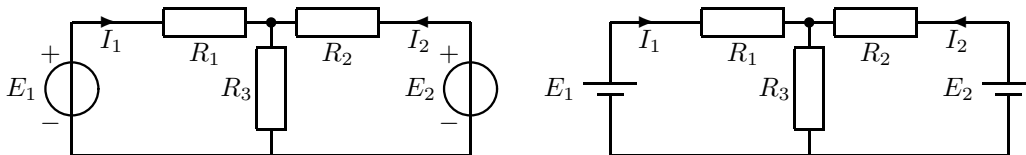
$$U_3 = R_3 \cdot 0 = 0 \quad (2)$$

$$-U_2 + U_3 - U_4 = 0 \Rightarrow U_4 = -U_2 = -2 \text{ V} \quad (3)$$

$$I = \frac{U_1}{R_1} = 2 \text{ A} \quad (4)$$

$$R_2 = \frac{U_2}{I - 0} = 1 \Omega \quad (5)$$

102. Laske virrat I_1 ja I_2 . $E_1 = 8 \text{ V}$, $E_2 = 12 \text{ V}$, $R_1 = 4 \Omega$, $R_2 = 8 \Omega$, $R_3 = 4 \Omega$.



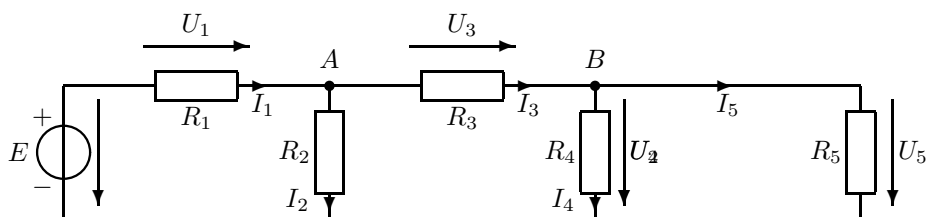
$$\begin{cases} -E_1 + R_1 I_1 + R_3(I_1 + I_2) = 0 \\ -E_2 + R_2 I_2 + R_3(I_1 + I_2) = 0 \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} 8I_1 + 4I_2 = 8 \\ 4I_1 + 12I_2 = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_1 = 1 - 0,5I_2 \\ 4(1 - 0,5I_2) + 12I_2 = 12 \end{cases} \quad (7)$$

$$4 - 2I_2 + 12I_2 = 12 \Rightarrow I_2 = \frac{8}{10} = 0,8 \text{ A} \quad (8)$$

$$I_1 = 1 - 0,5I_2 = 0,6 \text{ A} \quad (9)$$

103. Kirjoita piirille 2 yhtälöä Kirchhoffin virtalain ja 3 yhtälöä Kirchhoffin jännitelain mukaan. Ratkaise I_5 . $R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 1 \Omega$, $R_3 = 1 \Omega$, $R_4 = 1 \Omega$, $R_5 = 1 \Omega$, $E = 2 \text{ V}$.



Kirjoitetaan yhtälöt ja sijoitetaan lukuarvot:

$$\begin{cases} B : I_3 = I_4 + I_5 \\ A : I_1 = I_2 + I_3 = I_2 + I_4 + I_5 \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} -U_4 + U_5 = 0 \Rightarrow R_4 I_4 = R_5 I_5 \Rightarrow I_4 = I_5 \\ -U_2 + U_3 + U_4 = 0 \Rightarrow R_2 I_2 = R_3 I_3 + R_4 I_4 \Rightarrow I_2 = I_3 + I_4 \\ -E + U_1 + U_2 = 0 \Rightarrow E = R_1 I_1 + R_2 I_2 \Rightarrow 2 = I_1 + I_2 \end{cases} \quad (11)$$

Eliminoidaan I_1 , I_3 ja I_4 :

$$I_3 = 2I_5 \quad (12)$$

$$I_1 = I_2 + 2I_5 \quad (13)$$

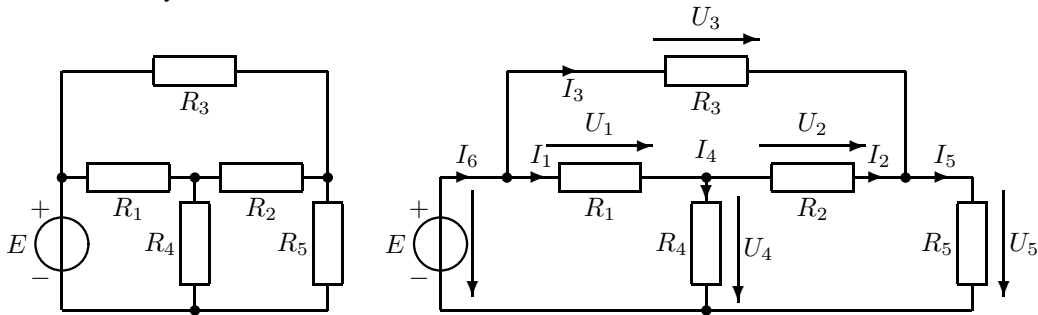
$$I_4 = I_5 \quad (14)$$

$$I_2 = 2I_5 + I_5 = 3I_5 \quad (15)$$

$$2 = I_2 + 2I_5 + I_2 = 2I_2 + 2I_5 = 6I_5 + 2I_5 \Rightarrow I_5 = 0,25 \text{ A} \quad (16)$$

Optimi määrä yhtälöitä: KCL joka solmuun, paitsi ei yhteen (solmuiksi kannattaa laskea vain kolmen tai useamman johdon liitoskohdat). KJL joka ruutuun, kun piiri on piirretty tasoon (virtalähteen kautta sulkeutuvia ruutuja ei välttämättä kannata noteerata; vrt. tehtävä 105).

104. Kirjoita oheiselle piirille Kirchhoffin virtalain avulla 3 yhtälöä ja Kirchhoffin jännitelain avulla toiset 3 yhtälöä.



Virtayhtälöt (KCL):

$$I_6 = I_1 + I_3 \quad (17)$$

$$I_1 = I_2 + I_4 \quad (18)$$

$$I_5 = I_2 + I_3 \quad (19)$$

$$I_6 = I_4 + I_5 = I_4 + (I_2 + I_3) = (I_2 + I_4) + I_3 = I_1 + I_3 \quad (20)$$

Kuten huomataan, viimeinen yhtälö on kolmen ensimmäisen yhtälön toistoa.

Jänniteyhtälöitä (KJL) tarvitaan siis kolme, enemmistä ei olisi mitään hyötyä:

$$-E + U_1 + U_4 = -E + R_1 I_1 + R_4 I_4 = 0 \quad (21)$$

$$-U_4 + U_2 + U_5 = -R_4 I_4 + R_2 I_2 + R_5 I_5 = 0 \quad (22)$$

$$U_3 - U_2 - U_1 = R_3 I_3 - R_2 I_2 - R_1 I_1 = 0 \quad (23)$$

Lausutaan I_1 ja I_5 virtojen I_2 , I_3 ja I_4 avulla (I_6 on tarpeeton):

$$-E + U_1 + U_4 = -E + R_1(I_2 + I_4) + R_4 I_4 = 0 \quad (24)$$

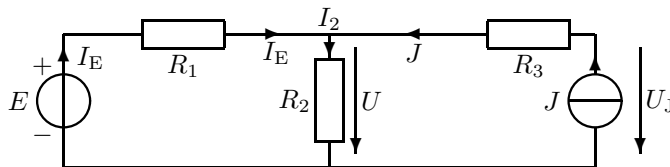
$$-U_4 + U_2 + U_5 = -R_4 I_4 + R_2 I_2 + R_5(I_2 + I_3) = 0 \quad (25)$$

$$U_3 - U_2 - U_1 = R_3 I_3 - R_2 I_2 - R_1(I_2 + I_4) = 0 \quad (26)$$

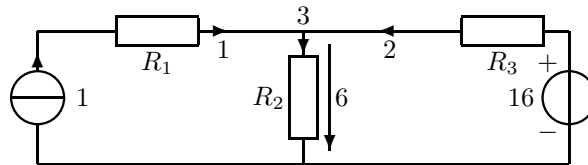
Näistä yhtälöistä voidaan nyt ratkaista virrat I_2 , I_3 ja I_4 . Loput virrat saadaan suoraan alkuperäisistä virtayhtälöistä. Esimerkiksi kokeilemalla voidaan osoittaa, että neljästä ensimmäisestä yhtälöstä mikä tahansa voidaan lausua kolmen muun yhtälön avulla. Yksi virtayhtälö on siis ylimääräinen (piirissä on neljä "haarautumissolmua"). Jänniteyhtälöitä on sopiva määrä, mutta reitit olisi voitu valita pitemmiksikin. Esimerkiksi yhtälö (21) tai (22) olisi voitu kirjoittaa muodossa:

$$-E + U_1 + U_2 + U_5 = -E + R_1 I_1 + R_2 I_2 + R_5 I_5 = 0 \quad (27)$$

105. Laske jännitteet U ja U_J . $E = 7 \text{ V}$, $J = 2 \text{ A}$, $R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_3 = 5 \Omega$.



Vaihtoehtoinen piiri, jonka virrat ja jännitteet olisivat samat, vaikka lähteiden tyypit on vaihdettu:



$$I_2 = I_E + J \quad (28)$$

$$-E + R_1 I_E + R_2 I_2 = 0 \Rightarrow -E + R_1 I_E + R_2 (I_E + J) = 0 \quad (29)$$

$$I_E = \frac{E - R_2 J}{R_1 + R_2} = \frac{7 - 2 \cdot 2}{1 + 2} = 1 \quad (30)$$

$$I_2 = 1 + 2 = 3 \Rightarrow U = R_2 I_2 = 6 \text{ V} \quad (31)$$

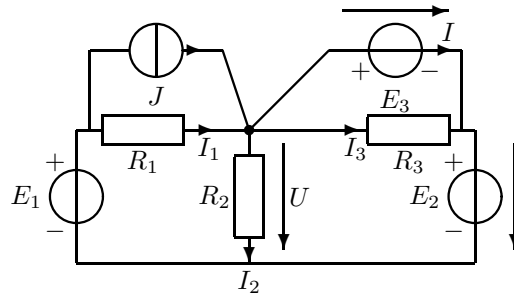
$$-R_2 I_2 - R_3 J + U_J = 0 \Rightarrow U_J = R_2 I_2 + R_3 J = 16 \text{ V} \quad (32)$$

Jännitenuolien suunnat: R :ssä virran suuntaan, E :ssä plussasta miinukseen, J :ssä vapaa valinta! Seuraavat seikat voit yleensä itse valita vapaasti:

- Haaravirtojen nimet ja suunnat
- Jännitenuolten nimet ja paikat (= nuolen päätepisteet)
- Jänniteyhtälöiden (KJL) reitit
- Virtayhtälöiden (KCL) solmut
- Yhtälöryhmän ratkaisutapa

Virtalähde J on tavallaan säädettävä jännitelähde, joka säätää oman jännitteensä U_J siten, että sen virta $I = J$. Virtalähteet ovat yleensä elektroniikan komponentteja.

106. Laske jännite U ja virta I . $J = 2 \text{ A}$, $E_1 = 4 \text{ V}$, $E_2 = 10 \text{ V}$, $E_3 = 3 \text{ V}$, $R_1 = R_2 = R_3 = 5 \Omega$.



$$-U + E_3 + E_2 = 0 \quad (33)$$

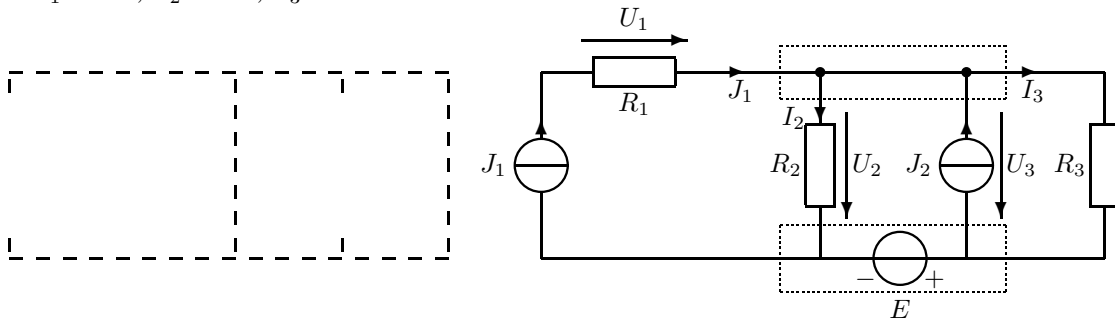
$$\Rightarrow U = E_3 + E_2 = 13 \text{ V} \quad (34)$$

$$J + I_1 = I_2 + I_3 + I \quad (35)$$

$$J + \frac{E_1 - U}{R_1} = \frac{U}{R_2} + \frac{E_3}{R_3} + I \quad (36)$$

$$I = 2 + \frac{-9}{5} - \frac{13}{5} - \frac{3}{5} = -3 \text{ A} \quad (37)$$

107. Laske vastusten jännitteet Kirchhoffin lakien avulla. $E = 2 \text{ V}$, $J_1 = 2 \text{ A}$, $J_2 = 2 \text{ A}$, $R_1 = 2 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_3 = 4 \Omega$.



$$J_1 + J_2 = I_2 + I_3 = \frac{U_2}{R_2} + \frac{U_3}{R_3} \quad (38)$$

$$-U_2 + U_3 + E = 0 \Rightarrow U_2 = U_3 + E \quad (39)$$

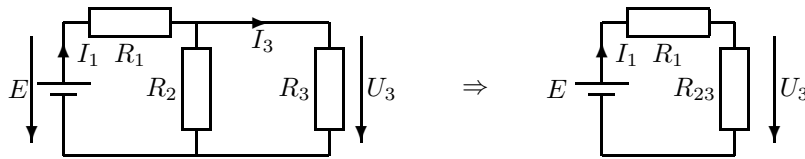
$$J_1 + J_2 = \frac{U_3 + E}{R_2} + \frac{U_3}{R_3} \Rightarrow U_3 = \frac{J_1 + J_2 - \frac{E}{R_2}}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = 4 \text{ V} \quad (40)$$

$$U_1 = R_1 J_1 = 4 \text{ V} \quad (41)$$

$$U_2 = U_3 + E = 6 \text{ V} \quad (42)$$

Kun lasketaan tarvittavaa jänniteyhtälöiden määrää, voidaan J :t yleensä katkaista. Virtayhtälöiden määrää laskettaessa voidaan E :t yleensä oikosulkea.

108. Laske R_2 :n ja R_3 :n rinnan kytkennän resistanssi R_{23} ja sen avulla R_3 :n ottama teho P_3 .
 $E = 1 \text{ V}$, $R_1 = 100 \Omega$, $R_2 = 200 \Omega$, $R_3 = 50 \Omega$.



Vastusten rinnankytkennän kaavan voi kirjoittaa eri muodoissa:

$$G_{23} = G_2 + G_3 \Rightarrow \frac{1}{R_{23}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \Rightarrow \quad (43)$$

$$R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 40 \Omega \quad (44)$$

$$I_1 = \frac{E}{R_1 + R_{23}} = \frac{1}{140} \text{ A} \quad (45)$$

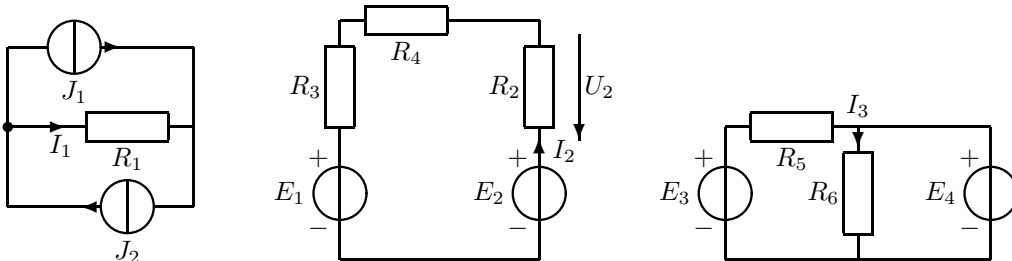
$$U_3 = R_{23} I_1 = \frac{2}{7} \text{ V} \quad (46)$$

$$\left(I_3 = \frac{U_3}{R_3} = \frac{R_2}{R_2 + R_3} I_1 \right) \quad (47)$$

$$P_3 = U_3 I_3 = R_3 I_3^2 = \frac{U_3^2}{R_3} = 1,63 \text{ mW} \quad (48)$$

Huomaa tasajännitelähteen piirrosmerkki. Vaihtovirralla teho lasketaan eri tavalla.

109. Kuvassa on kolme erillistä piiriä. Laske I_1 , I_2 , U_2 , I_3 ja vastuksen R_6 kuluttama teho P_6 . $J_1 = 2 \text{ A}$, $J_2 = 4 \text{ A}$, $E_1 = 2 \text{ V}$, $E_2 = 4 \text{ V}$, $E_3 = 15 \text{ V}$, $E_4 = 20 \text{ V}$, $R_1 = 5 \Omega$, $R_2 = R_3 = 5 \Omega$, $R_4 = 10 \Omega$, $R_5 = 5 \Omega$, $R_6 = 10 \Omega$.



$$J_2 = J_1 + I_1 \Rightarrow I_1 = J_2 - J_1 = 2 \text{ A} \quad (49)$$

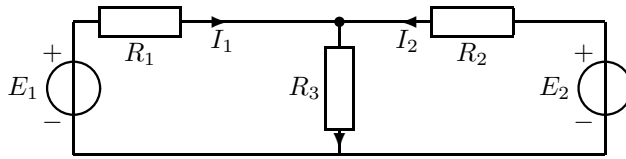
$$-E_1 - R_3 I_2 - R_4 I_2 - R_2 I_2 + E_2 = 0 \Rightarrow I_2 = \frac{E_2 - E_1}{R_3 + R_4 + R_2} = 0,1 \text{ A} \quad (50)$$

$$U_2 = -R_2 I_2 = -0,5 \text{ V} \quad (51)$$

$$-R_6 I_3 + E_4 = 0 \Rightarrow I_3 = \frac{E_4}{R_6} = 2 \text{ A} \quad (52)$$

$$P_6 = E_4 I_3 = 40 \text{ W} \quad (53)$$

110. Laske virta I_1 esimerkiksi Kirchhoffin lakien tai silmukkamenetelmän avulla. $E_1 = 18$ V, $E_2 = 6$ V, $R_1 = 3 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_3 = 6 \Omega$

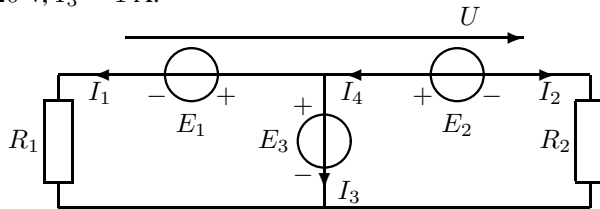


$$\begin{cases} -E_1 + R_1 I_1 + R_3(I_1 + I_2) = 0 \Rightarrow I_2 = \frac{E_1 - (R_1 + R_3)I_1}{R_3} \\ -R_3(I_1 + I_2) - R_2 I_2 + E_2 = 0 \Rightarrow -R_3 I_1 - (R_3 + R_2)I_2 + E_2 = 0 \end{cases} \quad (54)$$

$$-R_3 I_1 - (R_3 + R_2) \frac{E_1 - (R_1 + R_3)I_1}{R_3} + E_2 = 0 \quad (55)$$

$$I_1 = \frac{\frac{R_3 + R_2}{R_3} E_1 - E_2}{-R_3 + (R_3 + R_2) \frac{R_1 + R_3}{R_3}} = \frac{\frac{8}{6} 18 - 6}{-6 + (8) \frac{9}{6}} = 3 \text{ A} \quad (56)$$

111. Laske virrat I_1 , I_2 ja I_4 , sekä jännitteet E_3 ja U . $R_1 = 4 \Omega$, $R_2 = 4 \Omega$, $E_1 = 10$ V, $E_2 = 20$ V, $I_3 = 1$ A.



$$\begin{cases} -R_1 I_1 - E_1 + E_3 = 0 \Rightarrow I_1 = \frac{E_3 - E_1}{R_1} \\ -R_2 I_2 - E_2 + E_3 = 0 \Rightarrow I_2 = \frac{E_3 - E_2}{R_2} \end{cases} \quad (57)$$

$$I_1 + I_2 = -I_3 \Rightarrow \frac{E_3 - E_1}{R_1} + \frac{E_3 - E_2}{R_2} = -I_3 \quad (58)$$

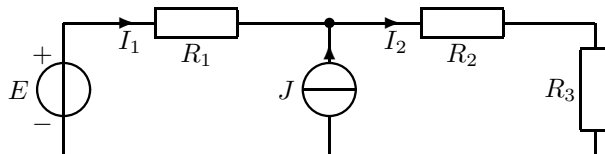
$$\frac{E_3 - 10}{4} + \frac{E_3 - 20}{4} = -1 \Rightarrow E_3 = 13 \text{ V} \quad (59)$$

$$U - E_2 + E_1 = 0 \Rightarrow U = E_2 - E_1 = 10 \text{ V} \quad (60)$$

$$I_1 = \frac{3}{4} \text{ A} \quad (61)$$

$$I_2 = -\frac{7}{4} \text{ A} \Rightarrow I_4 = -I_2 = \frac{7}{4} = 1,75 \text{ A} \quad (62)$$

112. Laske virta I_1 . $R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_3 = 3 \Omega$, $E = 1$ V, $J = 2$ A.



$$I_1 + J = I_2 \quad (63)$$

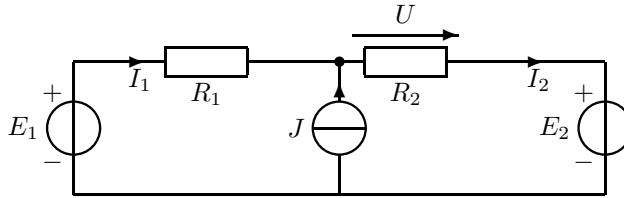
$$-E + R_1 I_1 + R_2 I_2 + R_3 I_2 = 0 \Rightarrow -E + R_1 I_1 + (R_2 + R_3) I_2 = 0 \quad (64)$$

$$\Rightarrow -E + R_1 I_1 + (R_2 + R_3)(I_1 + J) = 0 \quad (65)$$

$$\Rightarrow -E + (R_1 + R_2 + R_3)I_1 + (R_2 + R_3)J = 0 \quad (66)$$

$$\Rightarrow (R_1 + R_2 + R_3)I_1 = E - (R_2 + R_3)J \Rightarrow I_1 = \frac{E - (R_2 + R_3)J}{R_1 + R_2 + R_3} = -1,5 \text{ A}$$

113. Laske jännite U . $R_1 = 2 \Omega$, $R_2 = 3 \Omega$, $J = 2 \text{ A}$, $E_1 = 1 \text{ V}$, $E_2 = 4 \text{ V}$.



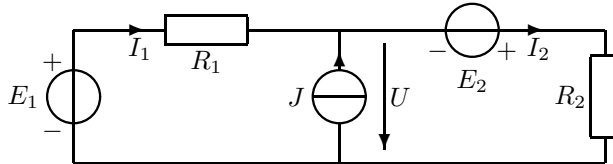
$$I_1 + J = I_2 \Rightarrow I_1 = I_2 - J \quad (67)$$

$$-E_1 + R_1 I_1 + R_2 I_2 + E_2 = 0 \quad (68)$$

$$-E_1 + R_1(I_2 - J) + R_2 I_2 + E_2 = 0 \Rightarrow I_2 = \frac{E_1 - E_2 + R_1 J}{R_1 + R_2} = 0,2 \text{ A} \quad (69)$$

$$U = R_2 I_2 = 0,6 \text{ V} \quad (70)$$

114. Laske jännite U . $R_1 = 12 \Omega$, $R_2 = 25 \Omega$, $J = 1 \text{ A}$, $E_1 = 1 \text{ V}$, $E_2 = 27 \text{ V}$.



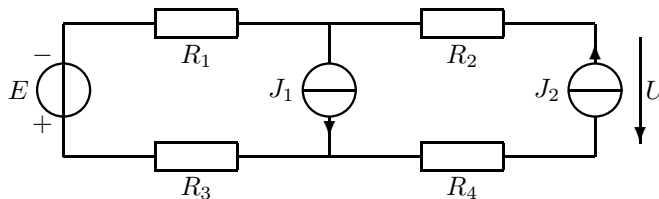
$$I_1 + J = I_2 \Rightarrow \frac{E_1 - U}{R_1} + J = \frac{U + E_2}{R_2} \quad (71)$$

$$\frac{E_1}{R_1} + J - \frac{E_2}{R_2} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} \Rightarrow U = \frac{\frac{E_1}{R_1} + J - \frac{E_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} \quad (72)$$

$$U = \frac{R_2}{R_1 + R_2} E_1 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} J - \frac{R_1}{R_1 + R_2} E_2 = \frac{1}{37} = 0,027027027 \dots \text{ V} \quad (73)$$

Viimeistä edellinen lauseke saataisiin suoraan lähdemuunnoksilla (virtalähteet ja vastukset asetuvat kaikki rinnan). Viimeinen esitysmuoto edustaa kerrostamismenetelmää (superpositio).

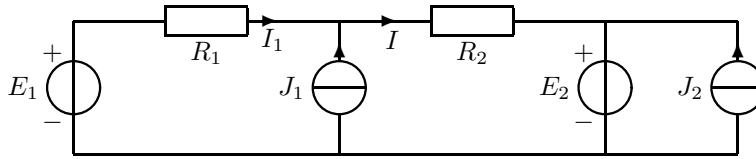
115. Laske jännite U . $R_1 = 20 \Omega$, $R_2 = 10 \Omega$, $R_3 = 10 \Omega$, $R_4 = 20 \Omega$, $E = 10 \text{ V}$, $J_1 = 1 \text{ A}$, $J_2 = 2 \text{ A}$.



$$E - R_1(J_2 - J_1) - R_2 J_2 + U - R_4 J_2 - R_3(J_2 - J_1) = 0 \quad (74)$$

$$U = -E + R_1(J_2 - J_1) + R_2 J_2 + R_4 J_2 + R_3(J_2 - J_1) = 80 \text{ V} \quad (75)$$

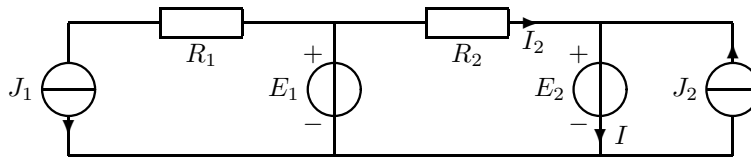
116. Laske virta I . $E_1 = 10 \text{ V}$, $E_2 = 8 \text{ V}$, $J_1 = 4 \text{ A}$, $J_2 = 2 \text{ A}$, $R_1 = 4 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$.



$$-E_1 + R_1 \underbrace{I_1}_{I - J_1} + R_2 I + E_2 = 0 \Rightarrow I = \frac{E_1 - E_2 + R_1 J_1}{R_1 + R_2} = 3 \text{ A} \quad (76)$$

Koska J_2 on jännitelähteen rinnalla, se vaikuttaa vain E_2 :n virtaan.

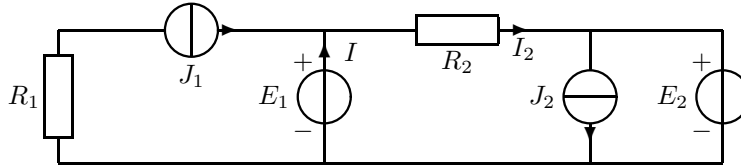
117. Laske virta I . $E_1 = 10 \text{ V}$, $E_2 = 8 \text{ V}$, $J_1 = 4 \text{ A}$, $J_2 = 2 \text{ A}$, $R_1 = 4 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$.



$$-E_1 + R_2 I_2 + E_2 = 0 \Rightarrow I_2 = \frac{E_1 - E_2}{R_2} = 1 \text{ A} \quad (77)$$

$$I = I_2 + J_2 = 3 \text{ A} \quad (78)$$

118. Laske virta I . $J_1 = 1 \text{ A}$, $J_2 = 2 \text{ A}$, $E_1 = 20 \text{ V}$, $E_2 = 5 \text{ V}$, $R_1 = 2 \Omega$, $R_2 = 5 \Omega$.



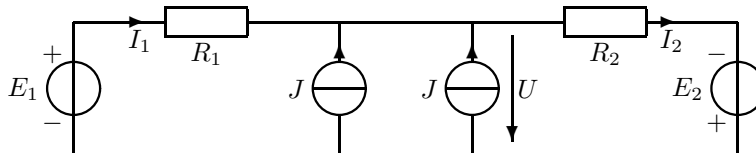
$$I + J_1 = I_2 \quad (79)$$

$$-E_1 + R_2 I_2 + E_2 = 0 \quad (80)$$

$$-E_1 + R_2 (I + J_1) + E_2 = 0 \quad (81)$$

$$I = \frac{E_1 - E_2 - R_2 J_1}{R_2} = 2 \text{ A} \quad (82)$$

119. Laske jännite U . $J = 2 \text{ A}$, $E_1 = 8 \text{ V}$, $E_2 = 10 \text{ V}$, $R_1 = 2 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$.

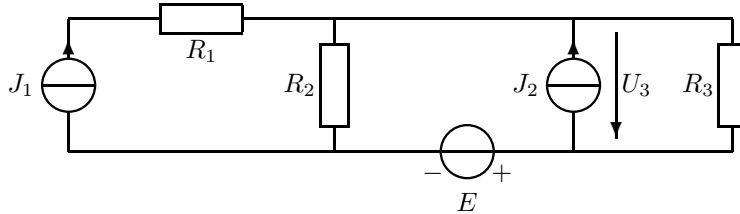


$$\begin{cases} -E_1 + R_1 I_1 + U = 0 \Rightarrow I_1 = \frac{E_1 - U}{R_1} \\ -U + R_2 I_2 - E_2 = 0 \Rightarrow I_2 = \frac{E_2 + U}{R_2} \end{cases} \quad (83)$$

$$I_1 + J + J = I_2 \Rightarrow \frac{E_1 - U}{R_1} + 2J = \frac{E_2 + U}{R_2} \quad (84)$$

$$\frac{8 - U}{2} + 4 = \frac{10 + U}{2} \Rightarrow 4 + 4 - 5 = \frac{U}{2} + \frac{U}{2} \Rightarrow U = 3 \text{ V} \quad (85)$$

120. Laske jännite U_3 . $E = 10 \text{ V}$, $J_1 = 1 \text{ A}$, $J_2 = 2 \text{ A}$, $R_1 = 4 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_3 = 3 \Omega$.

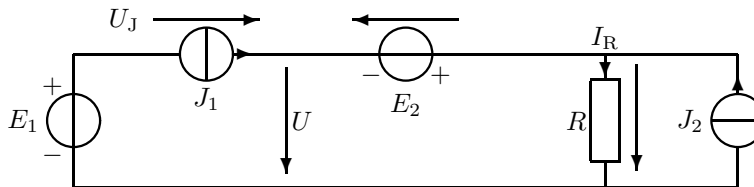


$$-R_2 I_2 + U_3 + E = 0 \Rightarrow -R_2(J_1 + J_2 - I_3) + R_3 I_3 + E = 0 \quad (86)$$

$$I_3 = \frac{R_2(J_1 + J_2) - E}{R_2 + R_3} = -0,8 \text{ A} \quad (87)$$

$$U_3 = R_3 I_3 = -2,4 \text{ V} \quad (88)$$

121. Laske jännite U . $R = 10 \Omega$, $J_1 = 1 \text{ A}$, $J_2 = 2 \text{ A}$, $E_1 = 10 \text{ V}$, $E_2 = 20 \text{ V}$.

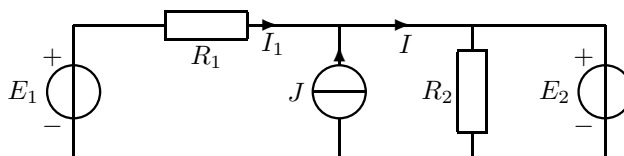


$$I_R = J_1 + J_2 = 3 \text{ A} \quad (89)$$

$$-U - E_2 + R I_R = 0 \Rightarrow U = R I_R - E_2 = 30 - 20 = 10 \text{ V} \quad (90)$$

Poikkeuksellisesti näillä lukuarvoilla $U_J = 0$, koska KJL:n mukaan $-E_1 + U_J + U = 0$.

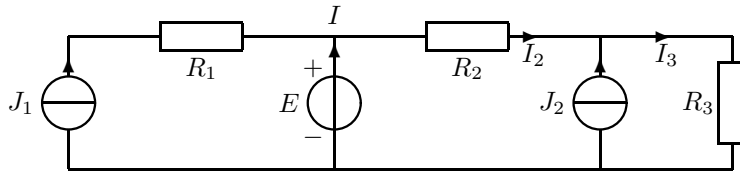
122. Laske virta I . $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 5 \Omega$, $J = 2 \text{ A}$, $E_1 = 10 \text{ V}$, $E_2 = 25 \text{ V}$.



$$-E_1 + R_1 I_1 + E_2 = 0 \Rightarrow I_1 = \frac{E_1 - E_2}{R_1} = -1,5 \text{ A} \quad (91)$$

$$I = I_1 + J = 0,5 \text{ A} \quad (92)$$

123. Laske virta I . $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 10 \Omega$, $R_3 = 20 \Omega$, $J_1 = 1 \text{ A}$, $J_2 = 2 \text{ A}$, $E = 10 \text{ V}$.



$$I_2 = J_1 + I \quad (93)$$

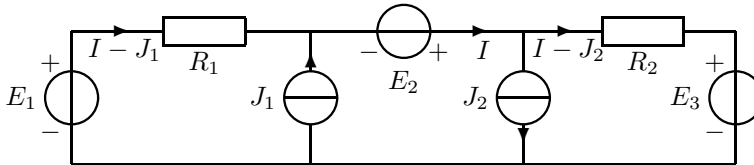
$$I_3 = I_2 + J_2 = (J_1 + I) + J_2 \quad (94)$$

$$-E + R_2 I_2 + R_3 I_3 = 0 \quad (95)$$

$$-E + R_2(J_1 + I) + R_3(J_1 + I + J_2) = 0 \quad (96)$$

$$I = \frac{E - R_2 J_1 - R_3(J_1 + J_2)}{R_2 + R_3} = -2 \text{ A} \quad (97)$$

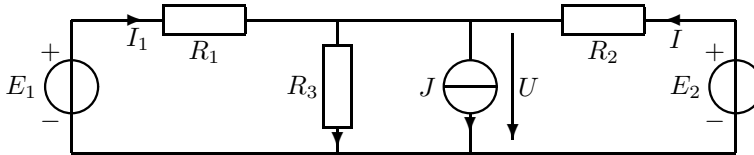
124. Laske virta I . $R_1 = 4 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $J_1 = 1 \text{ A}$, $J_2 = 2 \text{ A}$, $E_1 = 8 \text{ V}$, $E_2 = 4 \text{ V}$, $E_3 = 2 \text{ V}$.



$$-E_1 + R_1(I - J_1) - E_2 + R_2(I - J_2) + E_3 = 0 \quad (98)$$

$$\Rightarrow I = \frac{E_1 + E_2 - E_3 + R_1 J_1 + R_2 J_2}{R_1 + R_2} = 3 \text{ A} \quad (99)$$

125. Laske jännite U ja virta I . $E_1 = 8 \text{ V}$, $E_2 = 25 \text{ V}$, $R_1 = 2 \Omega$, $R_2 = 5 \Omega$, $R_3 = 10 \Omega$, $J = 1 \text{ A}$.



$$-E_1 + R_1 I_1 + U = 0 \Rightarrow I_1 = \frac{E_1 - U}{R_1} \quad (100)$$

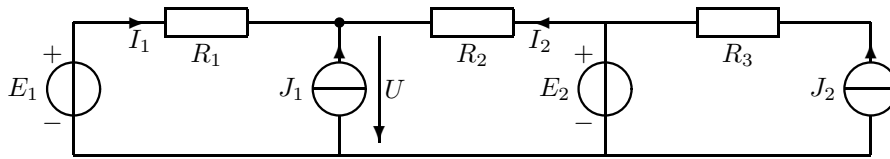
$$-U - R_2 I + E_2 = 0 \Rightarrow I = \frac{E_2 - U}{R_2} \quad (101)$$

$$\frac{U}{R_3} = I_1 + I - J = \frac{E_1 - U}{R_1} + \frac{E_2 - U}{R_2} - J \quad (102)$$

$$U = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} - J}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = 10 \text{ V} \quad (103)$$

$$I = 3 \text{ A} \quad (104)$$

126. Laske jännite U . $J_1 = 2 \text{ A}$, $J_2 = 4 \text{ A}$, $E_1 = 8 \text{ V}$, $E_2 = 6 \text{ V}$, $R_1 = 3 \Omega$, $R_2 = 5 \Omega$, $R_3 = 10 \Omega$.

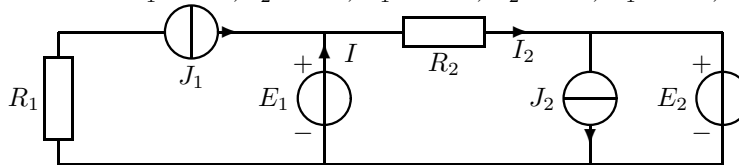


$$\begin{cases} -E_1 + R_1 I_1 + U = 0 \Rightarrow I_1 = \frac{E_1 - U}{R_1} \\ -E_2 + R_2 I_2 + U = 0 \Rightarrow I_2 = \frac{E_2 - U}{R_2} \end{cases} \quad (105)$$

$$I_1 + I_2 + J_1 = 0 \Rightarrow \frac{E_1 - U}{R_1} + \frac{E_2 - U}{R_2} + J_1 = 0 \Rightarrow U = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} + J_1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = 11 \text{ V}$$

Koska J_2 ja R_3 ovat jännitelähteen rinnalla, ne eivät näy E_2 :n vasemmalle puolelle, mutta vaikuttavat kyllä E_2 :n virtaan.

127. Laske virta I . $J_1 = 1 \text{ A}$, $J_2 = 2 \text{ A}$, $E_1 = 20 \text{ V}$, $E_2 = 5 \text{ V}$, $R_1 = 2 \Omega$, $R_2 = 5 \Omega$.



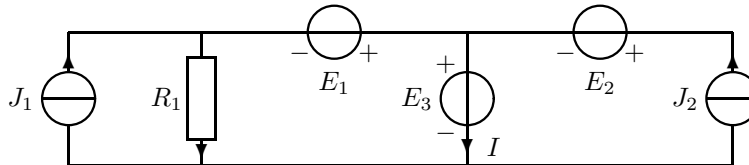
$$I + J_1 = I_2 \quad (106)$$

$$-E_1 + R_2 I_2 + E_2 = 0 \quad (107)$$

$$-E_1 + R_2 (I + J_1) + E_2 = 0 \quad (108)$$

$$I = \frac{E_1 - E_2 - R_2 J_1}{R_2} = 2 \text{ A} \quad (109)$$

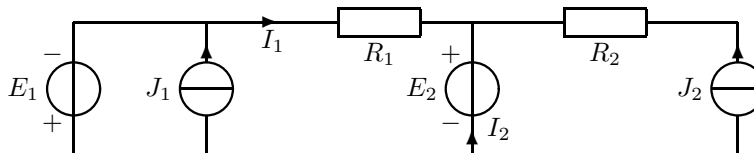
128. Laske virta I . $J_1 = 2 \text{ A}$, $J_2 = 4 \text{ A}$, $E_1 = 2 \text{ V}$, $E_2 = 4 \text{ V}$, $E_3 = 5 \text{ V}$ ja $R_1 = 3 \Omega$.



$$-R_1 I_1 - E_1 + E_3 = 0 \Rightarrow I_1 = \frac{E_3 - E_1}{R_1} = 1 \text{ A} \quad (110)$$

$$I_1 + I = J_1 + J_2 \Rightarrow I = J_1 + J_2 - I_1 = 5 \text{ A} \quad (111)$$

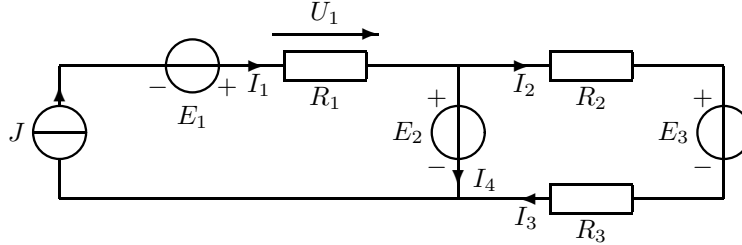
129. Laske virrat I_1 ja I_2 . $J_1 = 2 \text{ A}$, $J_2 = 3 \text{ A}$, $E_1 = 4 \text{ V}$, $E_2 = 10 \text{ V}$, $R_1 = R_2 = 2 \Omega$.



$$E_1 + R_1 I_1 + E_2 = 0 \Rightarrow I_1 = -\frac{E_1 + E_2}{R_1} = -7 \text{ A} \quad (112)$$

$$I_1 + I_2 + J_2 = 0 \Rightarrow I_2 = -I_1 - J_2 = 4 \text{ A} \quad (113)$$

130. Laske virrat I_1, I_2, I_3, I_4 ja jännite U_1 . $E_1 = 8 \text{ V}, E_2 = 12 \text{ V}, E_3 = 10 \text{ V}, J = 0,2 \text{ A}, R_1 = 22 \Omega, R_2 = 10 \Omega, R_3 = 10 \Omega$.



$$I_1 = J = 0,2 \text{ A} \quad (114)$$

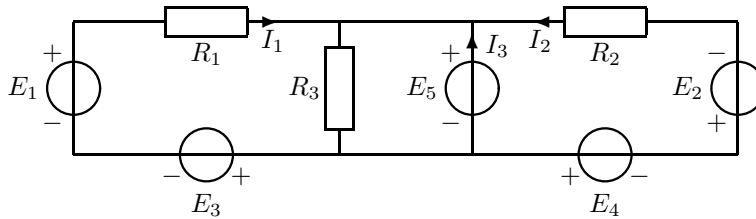
$$-E_2 + R_2 I_2 + E_3 + R_3 I_3 = 0 \quad (115)$$

$$\Rightarrow I_2 = I_3 = \frac{E_2 - E_3}{R_2 + R_3} = 0,1 \text{ A} \quad (116)$$

$$J = I_4 + I_3 \Rightarrow I_4 = J - I_3 = 0,1 \text{ A} \quad (117)$$

$$U_1 = R_1 I_1 = 4,4 \text{ V} \quad (118)$$

131. Laske virrat I_1, I_2 ja I_3 . $E_1 = 14 \text{ V}, E_2 = 12 \text{ V}, E_3 = 4 \text{ V}, E_4 = 6 \text{ V}, E_5 = 6 \text{ V}, R_1 = 2 \Omega, R_2 = 6 \Omega, R_3 = 2 \Omega$.

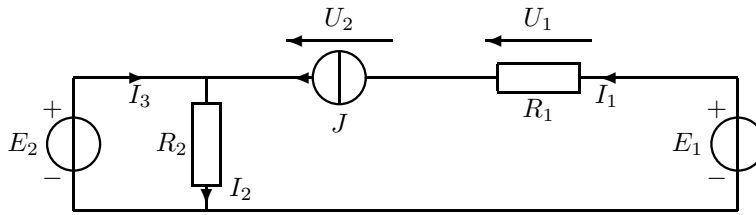


$$-E_1 + R_1 I_1 + E_5 + E_3 = 0 \Rightarrow I_1 = \frac{E_1 - E_5 - E_3}{R_1} = 2 \text{ A} \quad (119)$$

$$-E_5 - R_2 I_2 - E_2 - E_4 = 0 \Rightarrow I_2 = \frac{-E_5 - E_2 - E_4}{R_2} = -4 \text{ A} \quad (120)$$

$$I_1 + I_2 + I_3 = \frac{E_5}{R_3} \Rightarrow I_3 = -I_1 - I_2 + \frac{E_5}{R_3} = 5 \text{ A} \quad (121)$$

132. Laske virrat I_1 , I_2 ja I_3 , sekä jännitteet U_1 ja U_2 . $R_1 = 2 \Omega$, $R_2 = 4 \Omega$, $E_1 = 20 \text{ V}$, $E_2 = 12 \text{ V}$, $J = 2 \text{ A}$.



$$I_1 = J = 2 \text{ A} \quad (122)$$

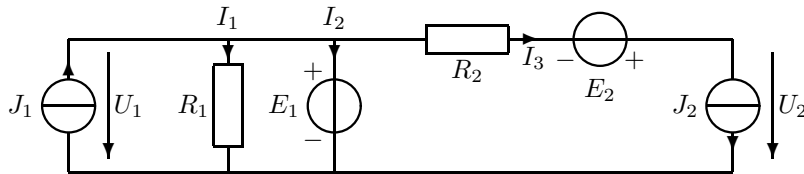
$$I_2 = \frac{E_2}{R_2} = 3 \text{ A} \quad (123)$$

$$I_3 + J = I_2 \Rightarrow I_3 = I_2 - J = 1 \text{ A} \quad (124)$$

$$U_1 = R_1 J = 4 \text{ V} \quad (125)$$

$$-E_2 - U_2 - U_1 + E_1 = 0 \Rightarrow U_2 = E_1 - E_2 - U_1 = 4 \text{ V} \quad (126)$$

133. Laske virrat I_1 , I_2 ja I_3 sekä jännitteet U_1 ja U_2 . $E_1 = 4 \text{ V}$, $E_2 = 2 \text{ V}$, $R_1 = 2 \Omega$, $R_2 = 4 \Omega$, $J_1 = 1 \text{ A}$, $J_2 = 3 \text{ A}$.

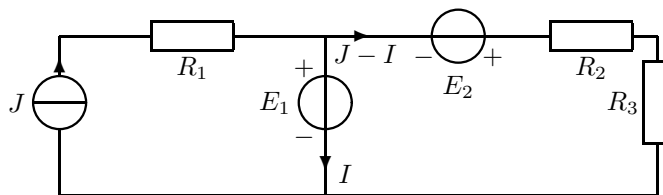


$$I_1 = \frac{E_1}{R_1} = 2 \text{ A} \quad (127)$$

$$J_1 = I_1 + I_2 + \underbrace{I_3}_{J_2} \rightarrow I_2 = J_1 - I_1 - J_2 = -4 \text{ A} \quad (128)$$

$$-\underbrace{U_1}_{E_1} + R_2 I_3 - E_2 + U_2 = 0 \rightarrow U_2 = E_1 - R_2 I_3 + E_2 = -6 \text{ V} \quad (129)$$

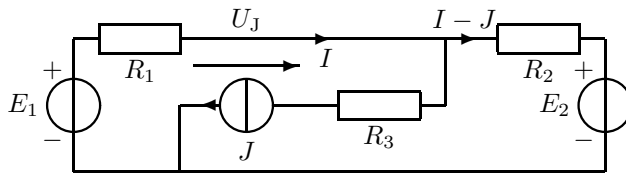
134. Laske virta I . $E_1 = 9 \text{ V}$, $E_2 = 3 \text{ V}$, $J = 3 \text{ A}$, $R_1 = 2 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$ ja $R_3 = 4 \Omega$.



$$-E_1 - E_2 + (R_2 + R_3)(J - I) = 0 \quad (130)$$

$$\Rightarrow I = J - \frac{E_1 + E_2}{R_2 + R_3} = 1 \text{ A} \quad (131)$$

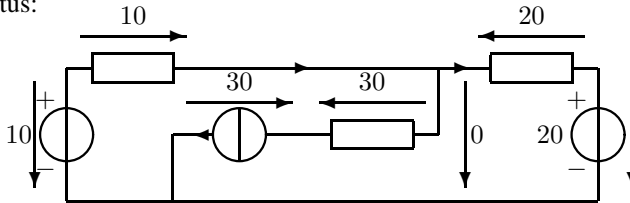
135. Laske virta I . $R_1 = R_2 = R_3 = 10 \Omega$, $J = 3 \text{ A}$, $E_1 = 10 \text{ V}$, $E_2 = 20 \text{ V}$.



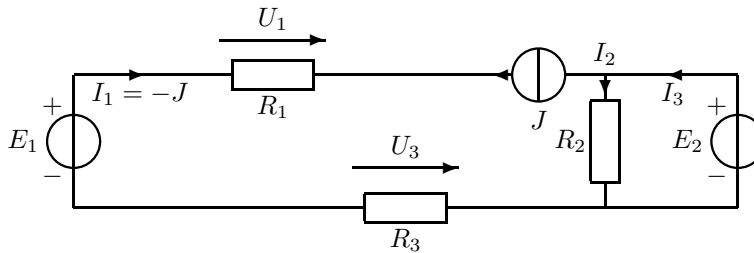
$$-E_1 + R_1 I + R_2(I - J) + E_2 = 0 \Rightarrow I = \frac{E_1 - E_2 + R_2 J}{R_1 + R_2} = 1 \text{ A} \quad (132)$$

$$(-E_1 + R_1 I + R_3 J - U_J = 0 \Rightarrow U_J = 30 \text{ V}) \quad (133)$$

Tarkistus:



136. Kuinka suurina ovat virrat I_1 , I_2 ja I_3 , sekä jännitteet U_1 ja U_3 . $R_1 = 2 \Omega$, $R_2 = \frac{2}{3} \Omega$, $R_3 = \frac{1}{3} \Omega$, $E_1 = 2 \text{ V}$, $E_2 = 4 \text{ V}$, $J = 3 \text{ A}$.



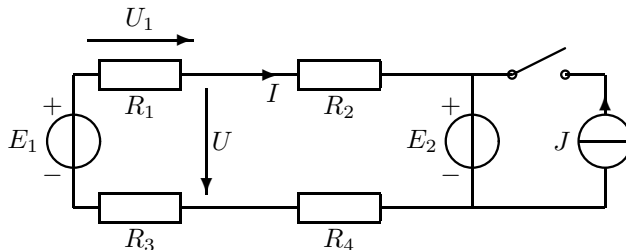
$$I_2 = \frac{E_2}{R_2} = 6 \text{ A} \quad (134)$$

$$I_3 = I_2 + J = 9 \text{ A} \quad (135)$$

$$U_1 = R_1 I_1 = -6 \text{ V} \quad (136)$$

$$U_3 = R_3 J = 1 \text{ V} \quad (137)$$

137. Kuvan kytkin on aluksi auki. Päättele, kuinka suurina ovat virta I sekä jännitteet U_1 ja U . Laske vastusten yhdessä kuluttama teho. Paljonko U muuttuu, jos kytkin suljetaan? $R_1 = 2 \Omega$, $R_2 = 4 \Omega$, $R_3 = 2 \Omega$, $R_4 = 2 \Omega$, $E_1 = 30 \text{ V}$, $E_2 = 10 \text{ V}$, $J = 2 \text{ A}$.



$$-E_1 + (R_1 + R_2)I + E_2 + (R_3 + R_4)I = 0 \quad (138)$$

$$\Rightarrow I = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = 2 \text{ A} \quad (139)$$

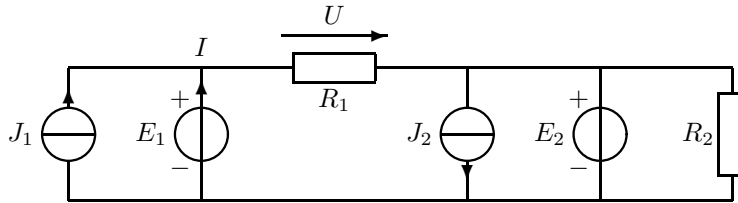
$$U_1 = R_1 I = 4 \text{ V} \quad (140)$$

$$-E_1 + U_1 + U + R_3 I = 0 \Rightarrow U = E_1 - U_1 - R_3 I = 22 \text{ V} \quad (141)$$

$$P = R_1 I^2 + R_2 I^2 + R_3 I^2 + R_4 I^2 = 40 \text{ W} \quad (142)$$

U ja muut jännitteet **eivät** teoriassa **muutu**, vaikka jännitelähteen rinnalle kytkettäisiin mitä tahansa (oikosulkua tai erisuuruista jännitelähdettä ei saa kytkeä)!

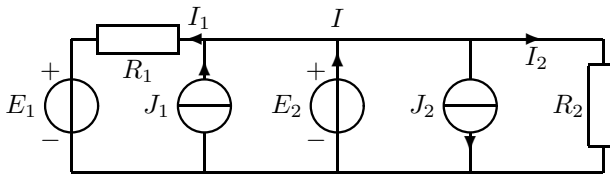
138. Laske jännite U ja virta I . $J_1 = 0,8 \text{ A}$, $J_2 = 0,1 \text{ A}$, $E_1 = 10 \text{ V}$, $E_2 = 6 \text{ V}$, $R_1 = R_2 = 4 \Omega$.



$$-E_1 + U + E_2 = 0 \Rightarrow U = E_1 - E_2 = 4 \text{ V} \quad (143)$$

$$J_1 + I = \frac{U}{R_1} \Rightarrow I = 1 - J_1 = 0,2 \text{ A} \quad (144)$$

139. Laske virta I seuraavilla lukuarvoilla: $E_1 = 2 \text{ V}$, $E_2 = 4 \text{ V}$, $J_1 = 2 \text{ A}$, $J_2 = 4 \text{ A}$, $R_1 = 2 \Omega$ ja $R_2 = 4 \Omega$.

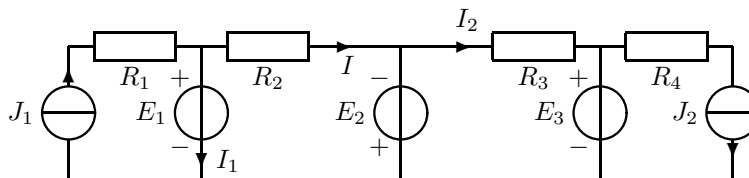


$$-E_1 - R_1 I_1 + E_2 = 0 \Rightarrow I_1 = \frac{E_2 - E_1}{R_1} = 1 \text{ A} \quad (145)$$

$$I_2 = \frac{E_2}{R_2} = 1 \text{ A} \quad (146)$$

$$I + J_1 = I_1 + J_2 + I_2 = 0 \Rightarrow I = I_1 + J_2 + I_2 - J_1 = 4 \text{ A} \quad (147)$$

140. Laske virrat I_1 ja I_2 . $R_1 = 2 \Omega$, $R_2 = 4 \Omega$, $R_3 = 6 \Omega$, $R_4 = 8 \Omega$, $E_1 = 10 \text{ V}$, $E_2 = 10 \text{ V}$, $E_3 = 20 \text{ V}$, $J_1 = 1 \text{ A}$, $J_2 = 2 \text{ A}$.

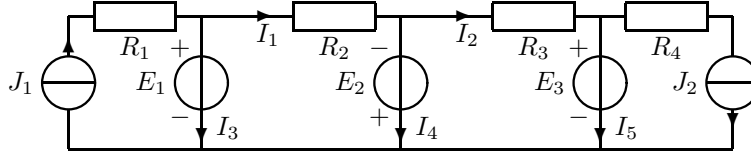


$$-E_1 + R_2 I - E_2 = 0 \Rightarrow I = \frac{E_1 + E_2}{R_2} = 5 \text{ A} \quad (148)$$

$$E_2 + R_3 I_2 + E_3 = 0 \Rightarrow I_2 = \frac{-E_2 - E_3}{R_3} = -5 \text{ A} \quad (149)$$

$$J_1 = I + I_1 \Rightarrow I_1 = J_1 - I = -4 \text{ A} \quad (150)$$

141. Laske virrat I_1, I_2, I_3, I_4 ja I_5 . $R_1 = 2 \Omega, R_2 = 4 \Omega, R_3 = 6 \Omega, R_4 = 8 \Omega, E_1 = 10 \text{ V}, E_2 = 10 \text{ V}, E_3 = 20 \text{ V}, J_1 = 1 \text{ A}, J_2 = 2 \text{ A}$.



$$-E_1 + R_2 I_1 - E_2 = 0 \Rightarrow I_1 = \frac{E_1 + E_2}{R_2} = 5 \text{ A} \quad (151)$$

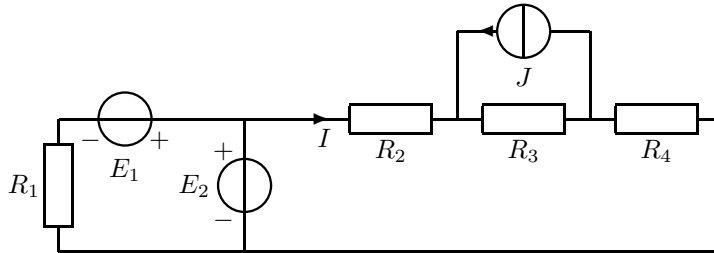
$$E_2 + R_3 I_2 + E_3 = 0 \Rightarrow I_2 = \frac{-E_2 - E_3}{R_3} = -5 \text{ A} \quad (152)$$

$$J_1 = I_1 + I_3 \Rightarrow I_3 = J_1 - I_1 = -4 \text{ A} \quad (153)$$

$$I_1 = I_2 + I_4 \Rightarrow I_4 = I_1 - I_2 = 10 \text{ A} \quad (154)$$

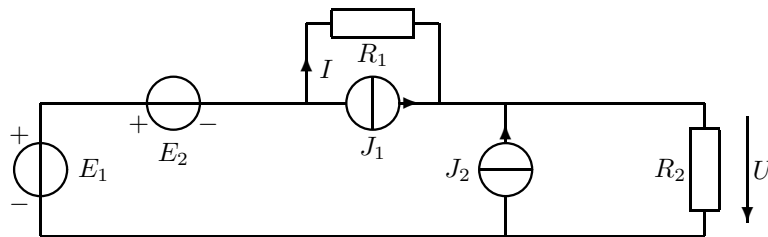
$$I_2 = I_5 + J_2 \Rightarrow I_5 = I_2 - J_2 = -7 \text{ A} \quad (155)$$

142. Laske virta I . $J = 2 \text{ A}, E_1 = 11 \text{ V}, E_2 = 15 \text{ V}, R_1 = 6,5 \Omega, R_2 = 2 \Omega, R_3 = 3 \Omega, R_4 = 4 \Omega$.



$$-E_2 + R_2 I + R_3(I + J) + R_4 I = 0 \Rightarrow I = \frac{E_2 - R_3 J}{R_2 + R_3 + R_4} = 1 \text{ A} \quad (156)$$

143. Laske jännite U ja virta I . $J_1 = 1 \text{ A}, J_2 = 3 \text{ A}, E_1 = 19 \text{ V}, E_2 = 3 \text{ V}, R_1 = R_2 = 2 \Omega$.

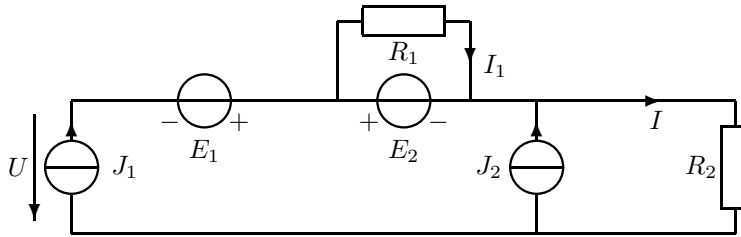


$$-E_1 + E_2 + R_1 I + R_2(I + J_1 + J_2) = 0 \quad (157)$$

$$I = \frac{E_1 - E_2 - R_2(J_1 + J_2)}{R_1 + R_2} = 2 \text{ A} \quad (158)$$

$$U = E_1 - E_2 - R_1 I = R_2(I + J_1 + J_2) = 12 \text{ V} \quad (159)$$

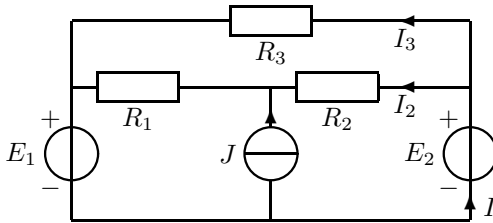
144. Laske jännite U ja virta I . $J_1 = 1$ A, $J_2 = 3$ A, $E_1 = 1$ V, $E_2 = 3$ V, $R_1 = R_2 = 2$ Ω .



$$I = J_1 + J_2 = 4 \text{ A} \quad (160)$$

$$-U - E_1 + E_2 + R_2 I = 0 \Rightarrow U = 10 \text{ V} \quad (161)$$

145. Laske virta I . $E_1 = 9$ V, $E_2 = 3$ V, $J = 3$ A, $R_1 = 2$ Ω , $R_2 = 2$ Ω ja $R_3 = 3$ Ω .



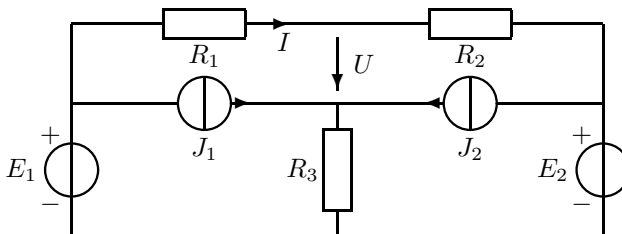
$$I = I_2 + I_3 = I_2 + \frac{E_2 - E_1}{R_3} \Rightarrow I_2 = I - \frac{E_2 - E_1}{R_3} = I + 2 \quad (162)$$

$$-E_1 - R_1(I_2 + J) - R_2 I_2 + E_2 = 0 \quad (163)$$

$$\Rightarrow -E_1 - R_1 J - \underbrace{(R_1 + R_2)(I + 2)}_{I_2} + E_2 = 0 \quad (164)$$

$$\Rightarrow I = \frac{E_2 - E_1 - R_1 J - (R_1 + R_2)2}{R_1 + R_2} = -5 \text{ A} \quad (165)$$

146. Laske jännite U . $E_1 = 12$ V, $E_2 = 6$ V, $J_1 = 4$ A, $J_2 = 2$ A, $R_1 = 4$ Ω , $R_2 = 2$ Ω , $R_3 = 2$ Ω .

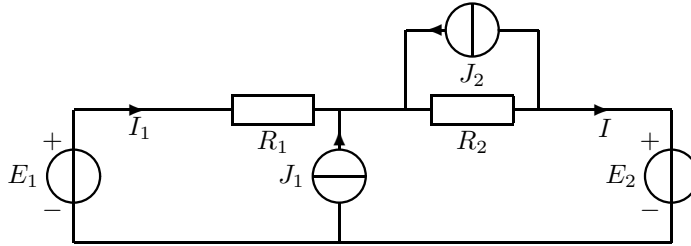


$$-E_1 I + R_1 I + R_2 I + E_2 = 0 \Rightarrow I = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2} = 1 \text{ A} \quad (166)$$

$$U_3 = R_3(J_1 + J_2) = 12 \text{ V} \quad (167)$$

$$-E_1 + R_1 I + U + U_3 = 0 \Rightarrow U = E_1 - R_1 I - U_3 = -4 \text{ V} \quad (168)$$

147. Laske virta I . $E_1 = 10 \text{ V}$, $E_2 = 3 \text{ V}$, $J_1 = 1,5 \text{ A}$, $J_2 = 1 \text{ A}$, $R_1 = 2 \Omega$ ja $R_2 = 2 \Omega$.

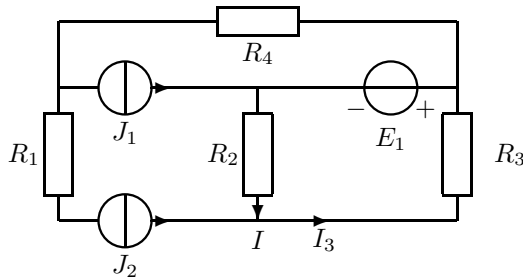


$$-E_1 + R_1 I_1 + R_2(I_1 + J_1 + J_2) + E_2 = 0 \Rightarrow \quad (169)$$

$$I_1 = \frac{E_1 - E_2 - R_2(J_1 + J_2)}{R_1 + R_2} = 0,5 \text{ A} \quad (170)$$

$$I = I_1 + J_1 = 2 \text{ A} \quad (171)$$

148. Laske virta I . $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 5 \Omega$, $R_3 = 10 \Omega$, $R_4 = 20 \Omega$, $J_1 = 1 \text{ A}$, $J_2 = 2 \text{ A}$, $E_1 = 10 \text{ V}$.

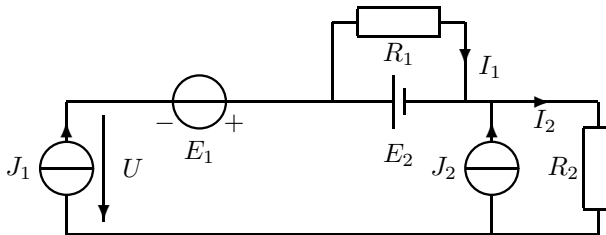


$$I_3 = J_2 + I \quad (172)$$

$$-R_2 I - E_1 - R_3 I_3 = 0 \Rightarrow -R_2 I - E_1 - R_3(J_2 + I) = 0 \quad (173)$$

$$I = -\frac{E_1 + R_3 J_2}{R_2 + R_3} = -2 \text{ A} \quad (174)$$

149. Kaikki kuvan lähteet ovat tasasähkölähteitä. Laske jännite U ja virrat I_1 ja I_2 . $J_1 = 1 \text{ A}$, $J_2 = 3 \text{ A}$, $E_1 = 1 \text{ V}$, $E_2 = 3 \text{ V}$, $R_1 = R_2 = 2 \Omega$.

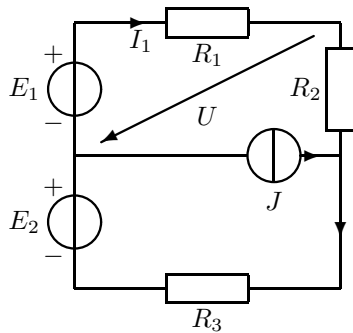


$$I_1 = \frac{E_2}{R_1} = 1,5 \text{ A} \quad (175)$$

$$I_2 = J_1 + J_2 = 4 \text{ A} \quad (176)$$

$$-U - E_1 + E_2 + R_2 I_2 = 0 \Rightarrow U = 10 \text{ V} \quad (177)$$

150. Laske jännite U . $R_1 = 4 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_3 = 2 \Omega$, $J = 2 \text{ A}$, $E_1 = 8 \text{ V}$, $E_2 = 4 \text{ V}$.



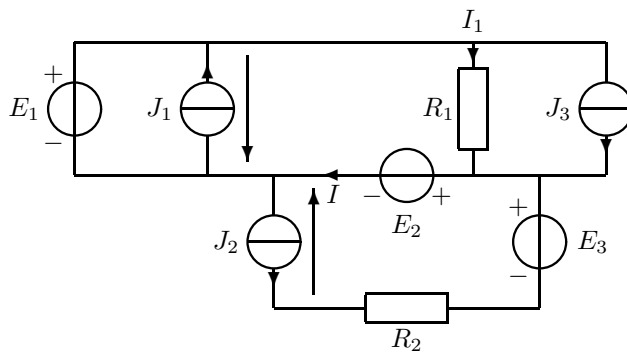
$$-E_1 + R_1 I_1 + U = 0 \quad (178)$$

$$-E_2 - E_1 + R_1 I_1 + R_2 I_1 + R_3 (J + I_1) = 0 \quad (179)$$

$$I_1 = \frac{E_2 + E_1 - R_3 J}{R_1 + R_2 + R_3} = 1 \text{ A} \quad (180)$$

$$U = E_1 - R_1 I_1 = 4 \text{ V} \quad (181)$$

151. Laske virta I . $R_1 = 4 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $J_1 = 1 \text{ A}$, $J_2 = 2 \text{ A}$, $J_3 = 3 \text{ A}$, $E_1 = 6 \text{ V}$, $E_2 = 4 \text{ V}$, $E_3 = 2 \text{ V}$.



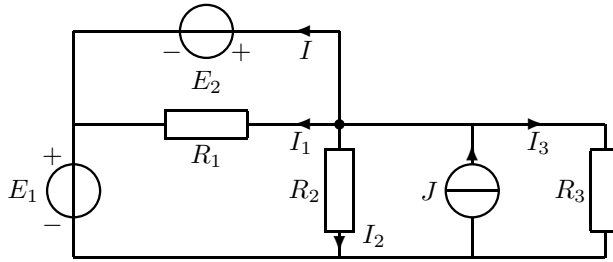
$$-E_1 + R_1 I_1 + E_2 = 0 \Rightarrow I_1 = \frac{E_1 - E_2}{R_1} = 0,5 \text{ A} \quad (182)$$

$$I = I_1 + J_3 + J_2 = 5,5 \text{ A} \quad (183)$$

$$(U_{J_1} = E_1) \quad (184)$$

$$(-E_2 + E_3 - R_2 J_2 + U_{J_2} = 0) \quad (185)$$

152. Laske virta I . $J = 2 \text{ A}$, $E_1 = 10 \text{ V}$, $E_2 = 5 \text{ V}$, $R_1 = 2,5 \Omega$, $R_2 = 5 \Omega$, $R_3 = 15 \Omega$.



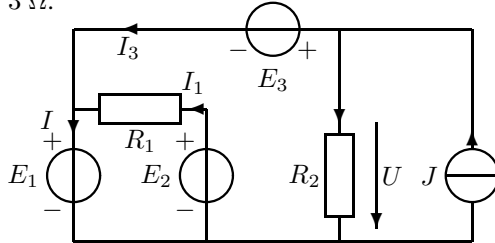
$$-E_2 + R_1 I_1 = 0 \Rightarrow I_1 = 2 \text{ A} \quad (186)$$

$$-E_1 - E_2 + R_2 I_2 = 0 \Rightarrow I_2 = 3 \text{ A} \quad (187)$$

$$-E_1 - E_2 + R_3 I_3 = 0 \Rightarrow I_3 = 1 \text{ A} \quad (188)$$

$$I = J - I_1 - I_2 - I_3 = -4 \text{ A} \quad (189)$$

153. Laske jännite U ja virta I . $J = 2 \text{ A}$, $E_1 = 10 \text{ V}$, $E_2 = 20 \text{ V}$, $E_3 = 5 \text{ V}$, $R_1 = 2 \Omega$, $R_2 = 3 \Omega$.



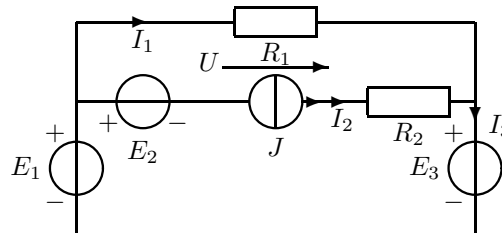
$$U = E_1 + E_3 = 15 \text{ V} \quad (190)$$

$$I_1 = \frac{E_2 - E_1}{R_1} = 5 \text{ A} \quad (191)$$

$$I_3 = J - \frac{U}{R_2} = -3 \text{ A} \quad (192)$$

$$I = I_1 + I_3 = 2 \text{ A} \quad (193)$$

154. Miten voisit laskea virrat I_1 , I_2 ja I_3 , jos tuntisit komponenttien lukuarvot. Ilmoita tulokset kirjainlausekkeina.

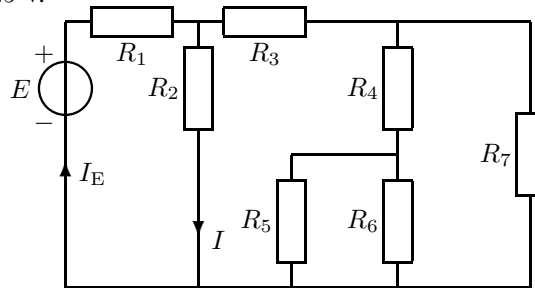


$$-E_1 + R_1 I_1 + E_3 = 0 \Rightarrow I_1 = \frac{E_1 - E_3}{R_1} \quad (194)$$

$$I_3 = I_1 + \underbrace{I_2}_J = \frac{E_1 - E_3}{R_1} + J \quad (195)$$

$$(R_1 I_1 - R_2 I_2 - U - E_2 = 0) \quad (196)$$

155. Laske virta I . $R_1 = 6,5 \Omega$, $R_2 = 15 \Omega$, $R_3 = 4 \Omega$, $R_4 = 6 \Omega$, $R_5 = 4 \Omega$, $R_6 = 4 \Omega$, $R_7 = 24 \Omega$, $E = 25 \text{ V}$.



$$R_{456} = R_4 + \frac{R_5 R_6}{R_5 + R_6} = 8 \Omega \quad (197)$$

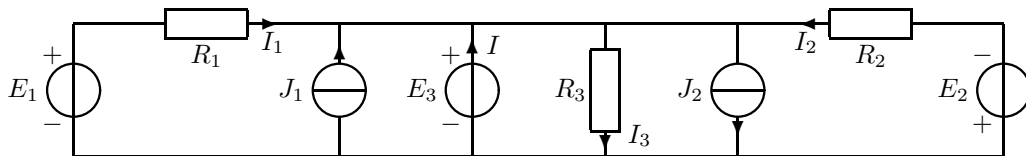
$$R_{34567} = R_3 + \frac{R_{456} R_7}{R_{456} + R_7} = 10 \Omega \quad (198)$$

$$R = R_1 + \frac{R_2 R_{34567}}{R_2 + R_{34567}} = 12,5 \Omega \quad (199)$$

$$I_E = \frac{E}{R} = 2 \text{ A} \quad (200)$$

$$I = \frac{R_{34567}}{R_2 + R_{34567}} I_E = 0,8 \text{ A} \quad (201)$$

156. Laske virta I . $J_1 = 2 \text{ A}$, $J_2 = 4 \text{ A}$, $E_1 = 10 \text{ V}$, $E_2 = 5 \text{ V}$, $E_3 = 20 \text{ V}$, $R_1 = 2,5 \Omega$, $R_2 = 5 \Omega$, $R_3 = 10 \Omega$.



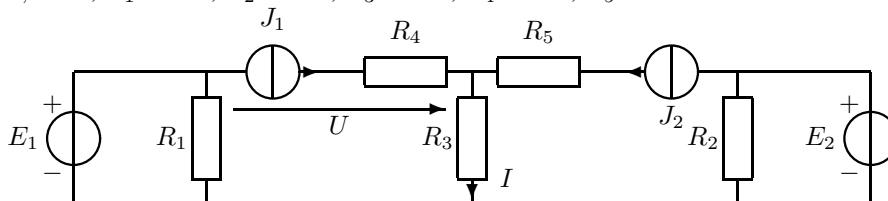
$$-E_1 + R_1 I_1 + E_3 = 0 \Rightarrow I_1 = -4 \text{ A} \quad (202)$$

$$E_2 + R_2 I_2 + E_3 = 0 \Rightarrow I_2 = -5 \text{ A} \quad (203)$$

$$-E_3 + R_3 I_3 = 0 \Rightarrow I_3 = 2 \text{ A} \quad (204)$$

$$I_1 + J_1 + I - I_3 - J_2 + I_2 = 0 \Rightarrow I = 13 \text{ A} \quad (205)$$

157. Laske virta I ja jännite U Kirchhoffin lakien avulla. $J_1 = 1 \text{ A}$, $J_2 = 2 \text{ A}$, $E_1 = 10 \text{ V}$, $E_2 = 1,723 \text{ V}$, $R_1 = 2 \Omega$, $R_2 = 4 \Omega$, $R_3 = 3 \Omega$, $R_4 = 4 \Omega$, $R_5 = 5 \Omega$.

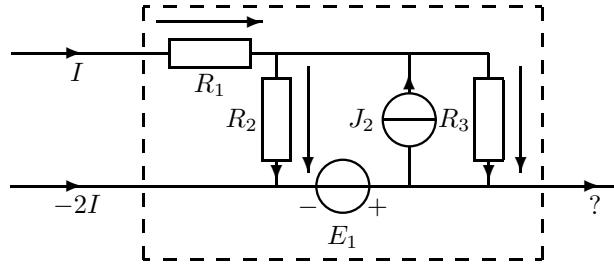


$$I = J_1 + J_2 = 3 \text{ A} \quad (206)$$

$$-E_1 + U + R_3 I = 0 \quad (207)$$

$$U = E_1 - R_3 I = 1 \text{ V} \quad (208)$$

158. Laske vastusten jännitteet. $E_1 = 4 \text{ V}$, $J_2 = 2 \text{ A}$, $R_1 = 2 \Omega$, $R_2 = 1 \Omega$, $R_3 = 4 \Omega$, $I = 2 \text{ A}$.



$$(? = I + (-2I) = -I) \quad (209)$$

$$I + J = I_2 + I_3 = \frac{U_2}{R_2} + \frac{U_3}{R_3} \quad (210)$$

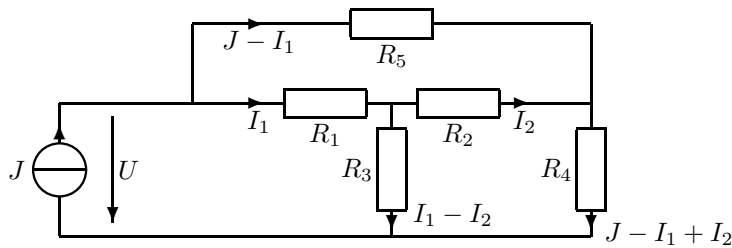
$$-U_2 + U_3 + E = 0 \Rightarrow U_2 = U_3 + E \quad (211)$$

$$I + J = \frac{U_3 + E}{R_2} + \frac{U_3}{R_3} \Rightarrow U_3 = \frac{I + J - \frac{E}{R_2}}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = 4 \text{ V} \quad (212)$$

$$U_1 = R_1 I = 4 \text{ V} \quad (213)$$

$$U_2 = U_3 + E = 6 \text{ V} \quad (214)$$

159. Laske kuvan vastusverkon resistanssi (eli virtalähteen näkemä resistanssi). Voit käyttää samaa menetelmää kuin ohjattujen lähteiden yhteydessä. $J = 1 \text{ A}$, $R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 1 \Omega$, $R_3 = 1 \Omega$, $R_4 = 1 \Omega$, $R_5 = 1 \Omega$.



$$R_5(J - I_1) - R_2 I_2 - R_1 I_1 = 0 \Rightarrow I_2 = 1 - 2I_1 \quad (215)$$

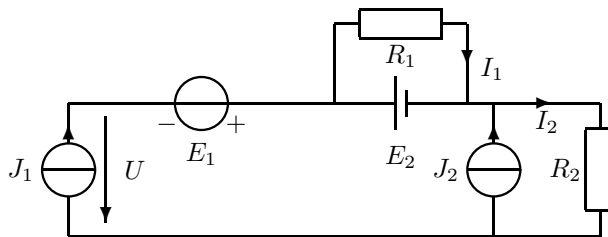
$$-U + R_1 I_1 + R_3(I_1 - I_2) = 0 \Rightarrow U = 2I_1 - I_2 \quad (216)$$

$$-R_3(I_1 - I_2) + R_2 I_2 + R_4(J - I_1 + I_2) = 0 \Rightarrow -2I_1 + 3I_2 + 1 = 0 \quad (217)$$

$$-2I_1 + 3(1 - 2I_1) + 1 = 0 \Rightarrow I_1 = 0,5 \text{ A} \Rightarrow I_2 = 0 \quad (218)$$

$$\Rightarrow U = 1 \Rightarrow R = \frac{U}{J} = 1 \Omega \quad (219)$$

160. Kaikilla kuvan lähteillä on sama taajuus. Laske jännite U ja virrat I_1 ja I_2 . $J_1 = 1 \text{ A}$, $J_2 = 3 \text{ A}$, $E_1 = 1 \text{ V}$, $E_2 = 3 \text{ V}$, $R_1 = R_2 = 2 \Omega$.

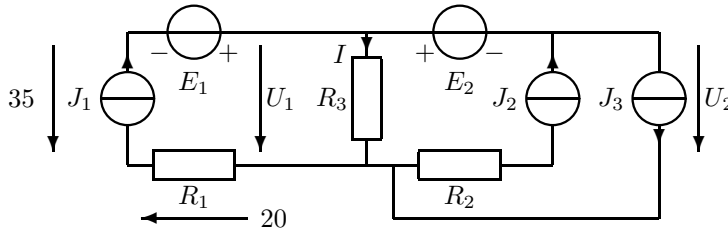


$$I_1 = \frac{E_2}{R_1} = 1,5 \text{ A} \quad (220)$$

$$I_2 = J_1 + J_2 = 4 \text{ A} \quad (221)$$

$$-U - E_1 + E_2 + R_2 I_2 = 0 \Rightarrow U = 10 \text{ V} \quad (222)$$

161. Laske jännitteet U_1 ja U_2 . $J_1 = 4 \text{ A}$, $J_2 = 3 \text{ A}$, $J_3 = 2 \text{ A}$, $E_1 = 10 \text{ V}$, $E_2 = 6 \text{ V}$, $R_1 = R_2 = R_3 = 5 \Omega$.



$$I = J_1 + J_2 - J_3 = 5 \text{ A} \quad (223)$$

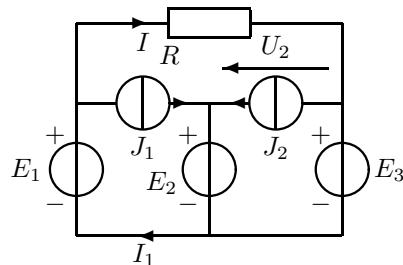
$$U_1 = R_3 I = 25 \text{ V} \quad (224)$$

$$-U_1 + E_2 + U_2 = 0 \Rightarrow U_2 = U_1 - E_2 = 19 \text{ V} \quad (225)$$

$$(R_1 J_1 + U_1 - E_1 = 35 \text{ V}) \quad (226)$$

Osa lukuarvoista oli turhia. Virtalähteen jännite ei tietenkään ole nolla — yleensä.

162. Laske virta I_1 ja jännite U_2 . $E_1 = 10 \text{ V}$, $E_2 = 4 \text{ V}$, $E_3 = 6 \text{ V}$, $R = 8 \Omega$, $J_1 = 4 \text{ A}$, $J_2 = 1 \text{ A}$.

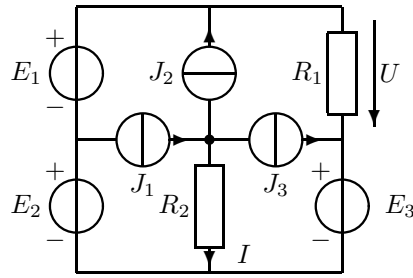


$$-E_1 + RI + E_3 = 0 \Rightarrow I = \frac{E_1 - E_3}{R} = 0,5 \quad (227)$$

$$I_1 = I + J_1 = 4,5 \text{ A} \quad (228)$$

$$-E_2 - U_2 + E_3 = 0 \Rightarrow U_2 = E_3 - E_2 = 2 \text{ V} \quad (229)$$

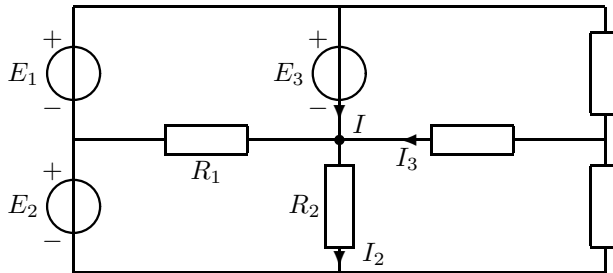
163. Laske jännite U Kirchhoffin jännitelain avulla ja virta I Kirchhoffin virtalain avulla. $R_1 = 6 \Omega$, $R_2 = 4 \Omega$, $E_1 = 10 \text{ V}$, $E_2 = 20 \text{ V}$, $E_3 = 14 \text{ V}$, $J_1 = 0,1 \text{ A}$, $J_2 = 0,4 \text{ A}$, $J_3 = 0,5 \text{ A}$.



$$J_1 = J_2 + J_3 + I \Rightarrow I = J_1 - J_2 - J_3 = -0,8\text{A} \quad (230)$$

$$-E_2 - E_1 + U + E_3 = 0 \Rightarrow U = E_1 + E_2 - E_3 = 16\text{V} \quad (231)$$

164. Laske Kirchhoffin lakien avulla virrat I_2 ja I_3 . $E_1 = 10\text{ V}$, $E_2 = 4\text{ V}$, $E_3 = 6\text{ V}$, $R_1 = 8\ \Omega$, $R_2 = 4\ \Omega$, $I = 1\text{ A}$. Muita lukuarvoja ei tarvita!

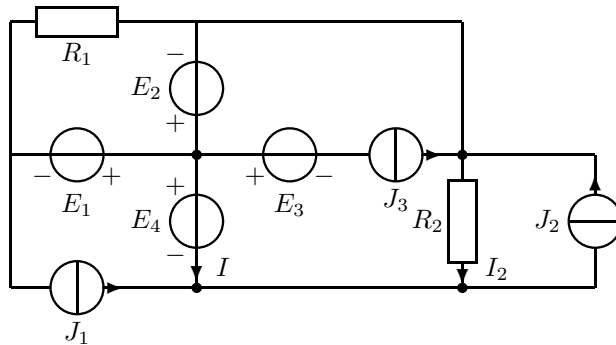


$$-E_2 - E_1 + E_3 + R_2 I_2 = 0 \Rightarrow I_2 = \frac{E_1 + E_2 - E_3}{R_2} = 2\text{ A} \quad (232)$$

$$-E_1 + E_3 + R_1 I_1 = 0 \Rightarrow I_1 = \frac{E_1 - E_3}{R_1} = 0,5\text{ A} \quad (233)$$

$$I + I_3 = I_2 + I_1 \Rightarrow I_3 = I_2 + I_1 - I = 1,5\text{ A} \quad (234)$$

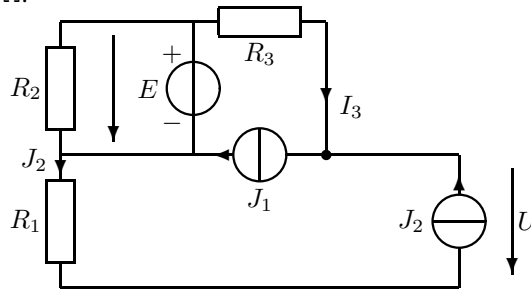
165. Laske virta I . $J_1 = 1\text{ A}$, $J_2 = 2\text{ A}$, $J_3 = 3\text{ A}$, $E_1 = 4\text{ V}$, $E_2 = 10\text{ V}$, $E_3 = 6\text{ V}$, $E_4 = 5\text{ V}$, $R_1 = R_2 = 2\ \Omega$.



$$-E_4 + E_2 + R_2 I_2 = 0 \Rightarrow I_2 = \frac{E_4 - E_2}{R_2} = -2,5\text{ A} \quad (235)$$

$$J_1 + I + I_2 = J_2 \Rightarrow I = J_2 - J_1 - I_2 = 3,5\text{ A} \quad (236)$$

166. Laske jännite U Kirchhoffin lakien avulla. $J_1 = 4$ A, $J_2 = 3$ A, $E = 10$ V, $R_1 = 2$ Ω , $R_2 = 4$ Ω , $R_3 = 5$ Ω .

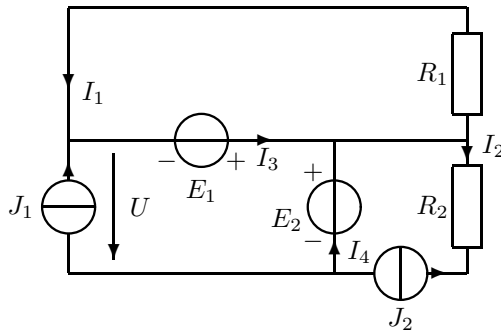


$$-R_1 J_2 - E + R_3 I_3 + U = 0 \quad (237)$$

$$U = R_1 J_2 + E - R_3 (J_1 - J_2) = 11 \text{ V} \quad (238)$$

Huom: $I_3 = J_1 - J_2 = 1$ A. Se ei ole $\frac{E}{R_3}$. Jos virtalähteen jännite olisi yleisesti nolla, en yleisesti ottaen kysyisi sitä koetettävässä (vaikka eihän minusta aina tiedä...).

167. Laske jännite U ja virrat I_1 , I_2 , I_3 ja I_4 . $R_1 = 20$ Ω , $R_2 = 10$ Ω , $E_1 = 40$ V, $E_2 = 20$ V $J_1 = 1$ A, $J_2 = 2$ A.

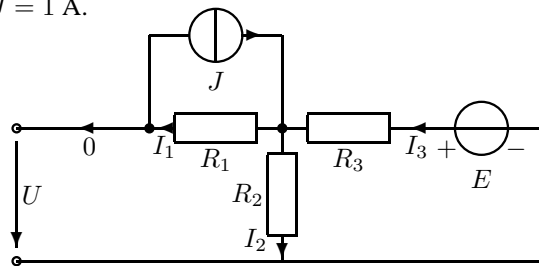


$$U = E_2 - E_1 = -20 \text{ V} \quad I_1 = \frac{E_1}{R_1} = 2 \text{ A} \quad (239)$$

$$I_2 = -J_2 = -2 \text{ A} \quad I_3 = I_1 + J_1 = 3 \text{ A} \quad (240)$$

$$I_4 = I_1 + I_2 - I_3 = -J_1 - J_2 = -3 \text{ A} \quad (241)$$

168. Kuinka suuri jännite U on oheisen piirin liittimien välillä? $R_1 = 2$ Ω , $R_2 = 4$ Ω , $R_3 = 6$ Ω , $E = 10$ V, $J = 1$ A.

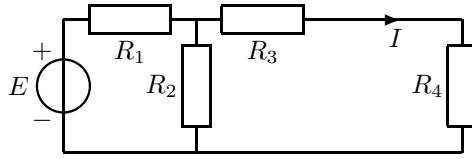


$$J + I_3 = I_1 + I_2 \Rightarrow I_3 = I_2 \quad (I_1 = J) \quad (242)$$

$$-R_2 I_2 - R_3 I_3 + E = 0 \Rightarrow I_2 = \frac{E}{R_2 + R_3} = 1 \text{ A} \quad (243)$$

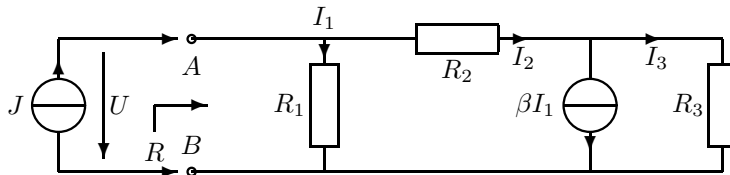
$$U = -R_1 I_1 + R_2 I_2 = 2 \text{ V} \quad (244)$$

169. Laske virta I peräkkäisten lähdeuunnosten avulla. $E = 12 \text{ V}$, $R_1 = 300 \Omega$, $R_2 = 100 \Omega$, $R_3 = 75 \Omega$, $R_4 = 50 \Omega$.



$$I = \frac{\frac{E}{R_1} (R_1 || R_2)}{(R_1 || R_2) + R_3 + R_4} = 15 \text{ mA} \quad (245)$$

170. Mikä resistanssi näkyy piirissä portista A-B? Huom. Ohjattujen lähteiden yhteydessä resistanssi on laskettava jännitteen ja virran suhteena kytkemällä napoihin A-B virta- tai jännitelähde. $R_1 = 1000 \Omega$, $R_2 = 2000 \Omega$, $R_3 = 100 \Omega$, $\beta = 100$.



$$J = I_1 + I_2 = I_1 + \beta I_1 + I_3 \quad (246)$$

$$-U + R_2(\beta I_1 + I_3) + R_3 I_3 = 0 \Rightarrow I_3 = \frac{U - R_2 \beta I_1}{R_2 + R_3} \quad (247)$$

$$I_1 = \frac{U}{R_1} \quad (248)$$

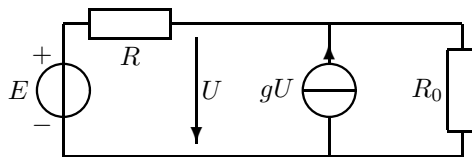
$$J = (\beta + 1) \frac{U}{R_1} + \frac{U - R_2 \beta \frac{U}{R_1}}{R_2 + R_3} \quad (249)$$

$$R = \frac{U}{J} = \frac{1}{(\beta + 1) \frac{1}{R_1} + \frac{1 - \beta \frac{R_2}{R_1}}{R_2 + R_3}} = 160,3 \Omega \quad (250)$$

Laskemalla voidaan osoittaa, että ohjattu lähde vastaa tässä resistanssia:

$$R_x = \frac{R_1 - R_2 \beta}{(R_2 + R_3) \beta} R_3 = -94,76 \Omega \quad (251)$$

171. Ohjattu lähde toimii vahvistimena. Laske lähteen navoissa vaikuttava jännite U . $E = 5 \text{ V}$, $R = 1 \text{ k}\Omega$, $R_0 = 1 \text{ k}\Omega$, $g = 1,5 \text{ mS}$.

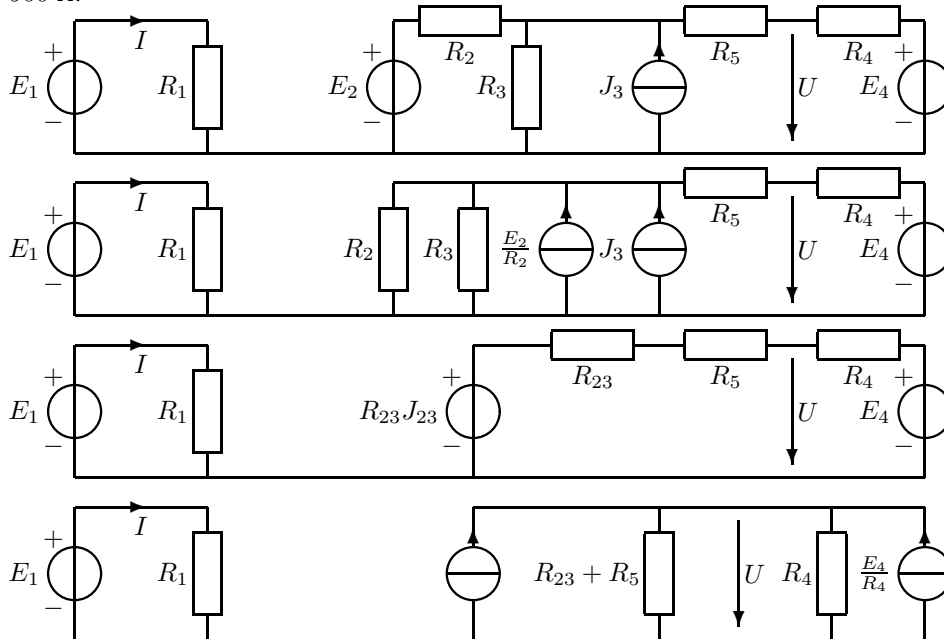


$$-E + RI + U = 0 \Rightarrow I = \frac{E - U}{R} \quad (252)$$

$$I + gU = \frac{U}{R_0} \Rightarrow I = \frac{U}{R_0} - gU \quad (253)$$

$$\frac{E - U}{R} = \frac{U}{R_0} - gU \Rightarrow U = \frac{\frac{E}{R}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R_0} - g} = \frac{E}{1 + \frac{R}{R_0} - gR} = 2E = 10 \text{ V} \quad (254)$$

172. Laske jännite U peräkkäisten lähdemuunnosten avulla. $E_1 = 10 \text{ V}$, $E_2 = rI$, $E_4 = 0,8 \text{ V}$, $J_3 = 1,5 \text{ mA}$, $r = 10 \Omega$, $R_1 = 1000 \Omega$, $R_2 = 200 \Omega$, $R_3 = 200 \Omega$, $R_4 = 1000 \Omega$, $R_5 = 900 \Omega$.



$$J_{23} = \frac{E_2}{R_2} + J_3 = \frac{rI}{R_2} + J_3 = \frac{r \frac{E_1}{R_1}}{R_2} + J_3 = 2 \text{ mA} \quad (255)$$

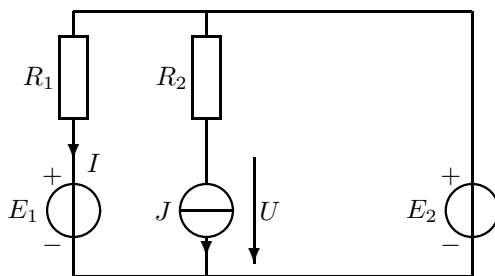
$$R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 100 \Omega \quad (256)$$

$$J = \frac{R_{23} J_{23}}{R_{23} + R_5} + \frac{E_4}{R_4} = 1 \text{ mA} \quad (257)$$

$$R = \frac{(R_{23} + R_5) R_4}{(R_{23} + R_5) + R_4} = 500 \Omega \quad (258)$$

$$U = RJ = 0,5 \text{ V} \quad (259)$$

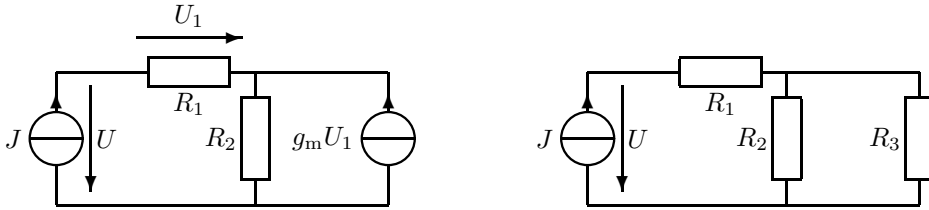
173. Kuvassa on tavallisten jännitelähteiden lisäksi virtaohjattu virtalähde, joka käytännössä vastaa transistoria. Laske jännite U . $E_1 = 0,7 \text{ V}$, $E_2 = 10,7 \text{ V}$, $J = \beta I$, $\beta = 50$, $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 82 \Omega$.



$$-E_1 - R_1 I + E_2 = 0 \Rightarrow I = \frac{E_2 - E_1}{R_1} = 1 \text{ mA} \quad (260)$$

$$U = E_2 - R_2 J = E_2 - R_2 \beta I = 6,6 \text{ V} \quad (261)$$

174. Mikä pitäisi vastuksen R_3 arvon olla, jotta virtalähteen J jännite olisi sama molemmissa piireissä. $R_1 = 2500 \Omega$, $R_2 = 100 \Omega$, $g_m = 0,04 \text{ S}$.



$$U = R_1 J + R_2 (J + g_m \overbrace{U_1}^{R_1 J}) = \left(R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} \right) J \quad (262)$$

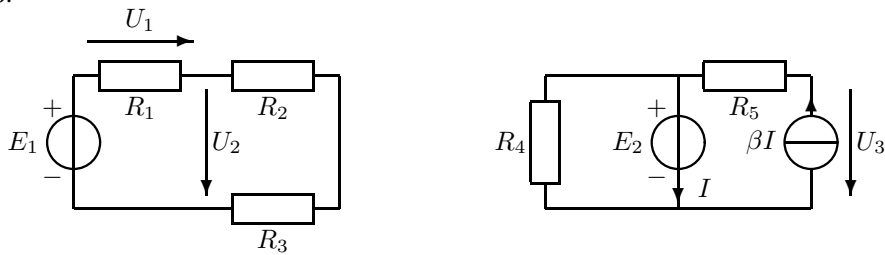
$$R_1 + R_2 (1 + g_m R_1) = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} \quad (263)$$

$$(1 + g_m R_1) = \frac{R_3}{R_2 + R_3} \quad (264)$$

$$(1 + g_m R_1)(R_2 + R_3) = R_3 \quad (265)$$

$$R_3 = \frac{(1 + g_m R_1) R_2}{1 - (1 + g_m R_1)} = \frac{(1 + g_m R_1) R_2}{-g_m R_1} = -101 \Omega \quad (266)$$

175. Laske jännitteet U_1 , U_2 ja U_3 , virta I sekä vastuksen R_4 ottama teho P_4 . Virtalähde on virtaohjattu. $E_1 = 8 \text{ V}$, $E_2 = 12 \text{ V}$, $R_1 = 2 \Omega$, $R_2 = 1 \Omega$, $R_3 = 5 \Omega$, $R_4 = 2 \Omega$, $R_5 = 3 \Omega$, $\beta = 3$.



$$I_1 = \frac{E_1}{R_1 + R_2 + R_3} = 1 \text{ A} \quad (267)$$

$$U_1 = R_1 I_1 = 2 \text{ V} \quad (268)$$

$$U_2 = E_1 - U_1 = 6 \text{ V} \quad (269)$$

$$\frac{E_2}{R_4} + I = \beta I \Rightarrow I = \frac{E_2}{(\beta - 1) R_4} = 3 \text{ A} \quad (270)$$

$$U_3 = E_2 + \beta I R_5 = 39 \text{ V} \quad (271)$$

$$P_4 = \frac{E_2^2}{R_4} = 72 \text{ W} \quad (272)$$