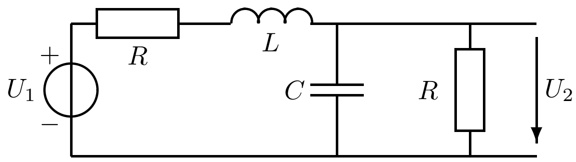
14. Passiiviset ja aktiiviset suodattimet

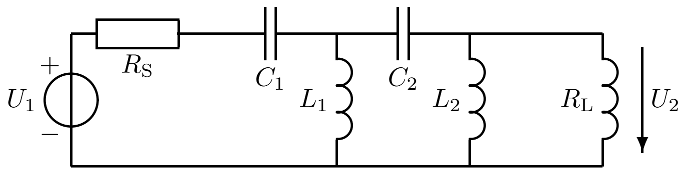
Sähkötekniikka ja elektroniikka, sivut 405-446. Versio 19.1.2005.

Kirjassa on runsaasti keittokirjamaisia suunnitteluohjeita erilaisille aktiivisille suodattimille. Niiden avulla suodattimia voi mitoittaa vähäisemmilläkin matemaattisilla tiedoilla. Voit syventää tietämystäsi kirjan esimerkkien lisäksi esimerkiksi tutustumalla oheisiin harjoitustehtäviin. Osa tehtävistä käsittelee passiivisia suodattimia, osa aktiivisia. Ratkaisut ovat tiedoston lopussa.

1401. Laske siirtofunktio $\frac{U_2}{U_1}(s)$.



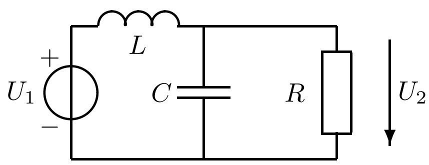
1402. Laske jännitesuhde $\frac{U_2}{U_1}$ taajuuksilla $\omega = 0$, $\omega = 1$ ja $\omega = \infty$. $C_1 = C_2 = 1$ F, $L_1 = L_2 = 1$ H, $R_\mathrm{S} = 0$, $R_\mathrm{L} = \infty$.



1403. Mitoita L ja C siten, että siirtofunktio toteuttaa Butterworth-approksimaation

$$\left|\frac{U_2}{U_1}\right|^2 = \frac{1}{1+\omega^4} \tag{1}$$

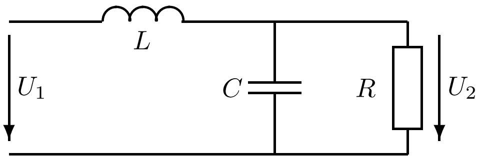
$R = 1\ \Omega$. Muunna piiri ylipäästösuodattimeksi, jonka rajataajuus $f_\mathrm{c} = 20\ 000$Hz ja $R = 1000\ \Omega$. Prototyypin rajakulmataajuus $\omega_\mathrm{p} = 1\ \frac{1}{\mathrm{s}}$.



1404. Valitse L ja C siten että siirtofunktio on muotoa

$$\left|\frac{U_2}{U_1}(s)\right|^2 = \frac{G_0}{1+\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^4} \tag{2}$$

$\omega_0 = 1000$ rad/s, $R = 1\ \Omega$.



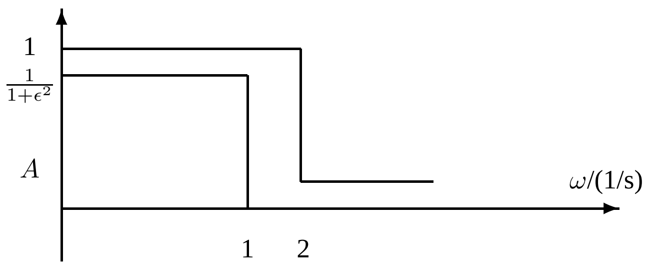
1405. Erään suodattimen taajuusvaste on muotoa

$$\frac{U_2}{U_1}(s) = \frac{K}{(sRC)^2 + sRC(3-K) + 1} \tag{3}$$

Mitoita K ja C siten, että siirtofunktio toteuttaa Butterworth-approksimaation. $\omega_0 = 1\ \frac{1}{\mathrm{s}}$, $R = 1\ \Omega$.

1406. Miten suuri tulee olla Tshebyshev-tyyppisen suodattimen asteluku, jotta kuvan porttikuvio toteutuu? Aaltoilu päästökaistalla: $10\lg(1+\epsilon^2) = 1$ dB ja minimivaimennus estokaistalla: $10\lg A = -16$ dB. $T_0 = 1$, $T_1 = \omega$, $T_{n+1} = 2\omega T_n - T_{n-1}$.

$$\left|\frac{U_2}{U_1}\right|^2 = \frac{1}{1+\epsilon^2 T_n^2} \tag{4}$$



1407. Erään suodattimen taajuusvaste on muotoa ($s = \mathrm{j}\omega$):

$$\frac{U_2}{U_1}(s) = \frac{1}{a}\ \frac{s^2+\omega_1^2}{s^2 + s\frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2}$$

Laske siirtofunktion itseisarvo ja vaihe kulmataajuudella $\omega = \frac{2}{\sqrt{7}}$, kun $Q = 4/3$, $\omega_0 = 1$, $\omega_1 = 2$ ja $K = \sqrt{11}/16 \approx 0{,}2073$. Millä kulmataajuudella lähtöjännite $U_2 = 0$? Mitä arvoa vahvistuksen itseisarvo lähestyy, kun taajuus lähestyy ääretöntä?

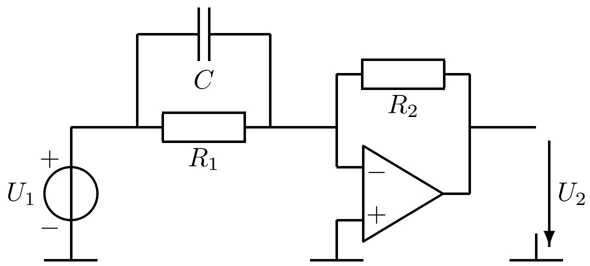
1408. Erään suodattimen siirtofunktio on muotoa:

$$H(s) = \frac{s^2 + 1}{\sqrt{2}s^2 + 1{,}29s + 2} \tag{5}$$

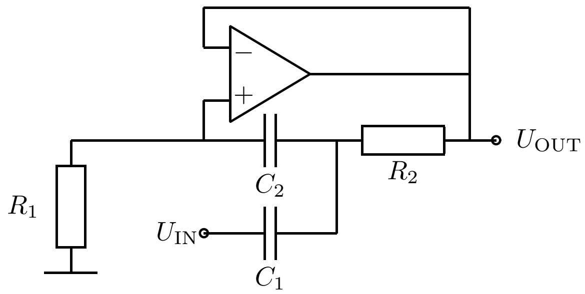
Laske ryhmäkulkuaika T_g kulmataajuuksilla $\omega = 0$; 0,5; 1,0 ja 1,5 $\frac{1}{\mathrm{s}}$.

$$\frac{\mathrm{d}(\arctan f(x))}{\mathrm{d}x} = \frac{f'(x)}{f(x)^2} \tag{6}$$

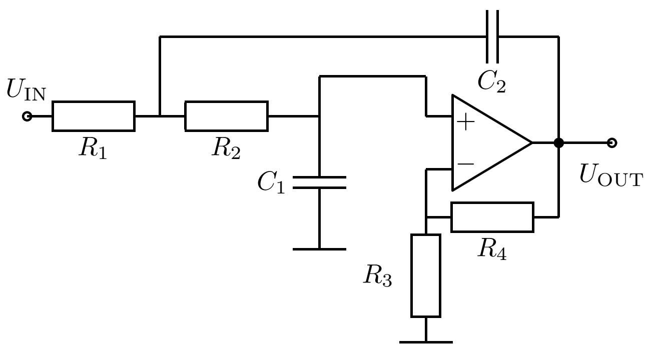
1409. Hahmottele oheisen suodattimen taajuusvaste (itseisarvo dB:nä ja vaihe asteina). $C = 1\ \mu$F, $R_1 = 10$ kΩ, $R_2 = 20$ kΩ.



1410. Laske oheisen suodattimen siirtofunktio $\frac{U_\mathrm{O}}{U_\mathrm{I}}(s)$. Mitä suodatintyyppiä se edustaa (LP, HP, BP, ym.)? Onko suodattimen taajuusvasteessa siirtonollia? Mitkä seuraavista vasteista ovat mahdollisia tällä rakenteella: Butterworth, Tshebyshev, Bessel, Legendre, käänteinen Tshebyshev, elliptinen?



1411. Oheisen alipäästösuodattimen rajataajuus $f_\mathrm{C} = 1$ Hz. Muunna piiri vastaavaksi toisen asteen ylipäästösuodattimeksi, jonka rajataajuus $f_\mathrm{C} = 1000$ Hz ja $R_1 = 100$ kΩ. Kelat eivät ole sallittuja; käytä RC:CR-muunnosta. $R_1 = R_2 = 1\ \Omega$, $R_3 = R_4 = 1\ \Omega$ ja $C_1 = C_2 = 0{,}159$ F.



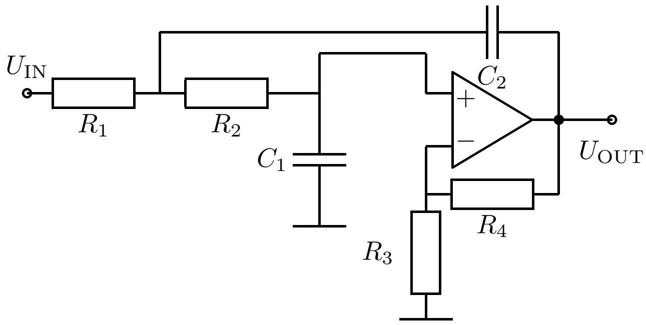
1412. Piirrä edellisen tehtävän alipäästösuodattimen taajuusvaste (vahvistuskäyrä absoluuttiarvona ja vaihekäyrä asteina). Laske ensin siirtofunktio. Mitä alipäästösuodattimien approksimaatiota se edustaa?

1413. Valitse oheisen Sallen–Key-tyyppisen alipäästösuodattimen lukuarvot siten, että se toteuttaa Tshebyshev-approksimaation puolen desibelin rippelillä eli seuraavan siirtofunktion:

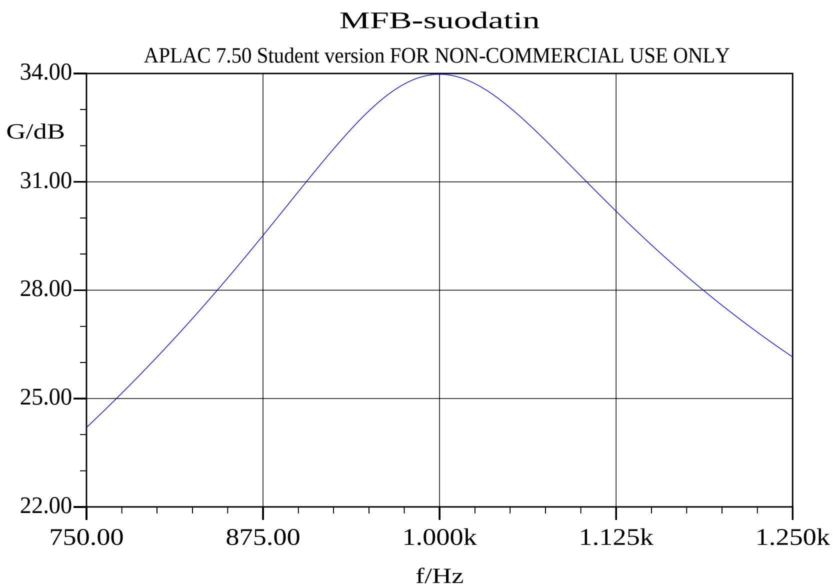
$$\frac{U_{\mathrm{OUT}}}{U_{\mathrm{IN}}} = \frac{\frac{A}{R_1 C_1 R_2 C_2}}{s^2 + s\left(\frac{1}{R_2 C_2} + \frac{1}{R_1 C_2} + \frac{1-A}{C_1 R_2}\right) + \frac{1}{R_1 C_1 R_2 C_2}} \tag{7}$$

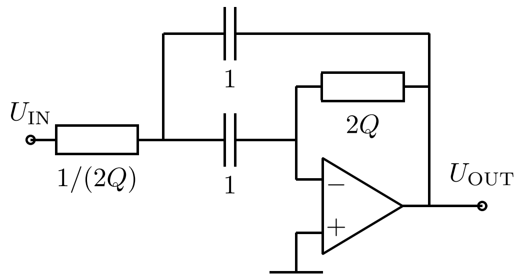
$$H(s) = \frac{K}{s^2 + 1{,}425s + 1{,}516} \tag{8}$$

Rajataajuudeksi halutaan $f_{\mathrm{C}} = 10$ kHz. Valitse $R_1 = R_2 = R_3 = 10$ kΩ ja $C_1 = C_2$.



1414. Suunnittele annetun prototyypin ($\omega_0 = 1$ rad/s) avulla MFB-kaistanpäästösuodatin, jonka taajuusvaste on kuvan mukainen. Pienemmän resistanssin on oltava $R = 1000\ \Omega$.

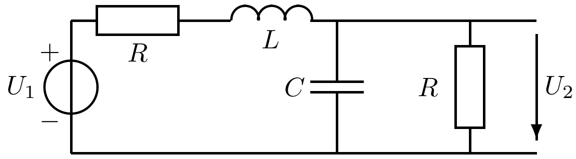




Lisää suodatintehtäviä on tiedostoissa teht400.pdf (passiivisia) ja teht800.pdf (operaatiovahvistin). Saatan myöhemmin yhdistää kaikki suodatintehtävät samaan pakettiin.

Ratkaisut

1401. Laske siirtofunktio $\frac{U_2}{U_1}(s)$.



Vasen R sisältää tarvittaessa signaalilähteen sisäisen vastuksen. Jälkimmäinen R sisältää myös mahdollisen kuormittavan laitteen tuloresistanssin.

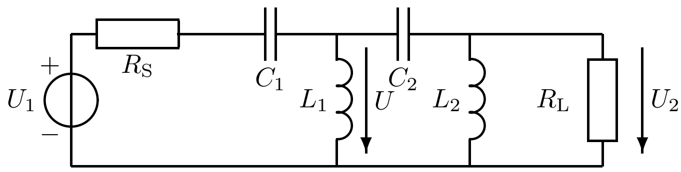
$$U_2 = \frac{Z_{\mathrm{RC}}}{Z_{\mathrm{RL}} + Z_{\mathrm{RC}}} U_1 = \frac{\frac{R\cdot\frac{1}{sC}}{R+\frac{1}{sC}}}{R + sL + \frac{R\cdot\frac{1}{sC}}{R+\frac{1}{sC}}} U_1 \tag{9}$$

$$\frac{U_2}{U_1}(s) = \frac{\frac{R}{sCR+1}}{R + sL + \frac{R}{sCR+1}} = \frac{R}{(sCR+1)(R+sL)+R} \tag{10}$$

$$= \frac{R}{s^2LCR + s(CR^2+L) + 2R} = \frac{\frac{1}{LC}}{s^2 + s\left(\frac{R}{L} + \frac{1}{RC}\right) + \frac{2}{LC}} \tag{11}$$

Tyypillinen siirtofunktion esitysmuoto: osoittajassa ja nimittäjässä ei ole $\frac{1}{s}$-muotoisia termejä, termit on järjestetty s:n potenssien mukaan, lauseke on supistettiin s:n korkeimman potenssin kertoimella (LCR).

1402. Laske jännitesuhde $\frac{U_2}{U_1}$ kulmataajuuksilla $\omega = 0$, $\omega = 1$ ja $\omega = \infty$. $C_1 = C_2 = 1$ F, $L_1 = L_2 = 1$ H, $R_{\mathrm{S}} = 0$, $R_{\mathrm{L}} = \infty$.



$$U_2 = \frac{sL_2}{\frac{1}{sC_2} + sL_2} U = \frac{s^2}{1+s^2} U \tag{12}$$

$$U = \frac{\frac{sL_1\left(\frac{1}{sC_2}+sL_2\right)}{sL_1+\left(\frac{1}{sC_2}+sL_2\right)}}{\frac{1}{sC_1} + \frac{sL_1\left(\frac{1}{sC_2}+sL_2\right)}{sL_1+\left(\frac{1}{sC_2}+sL_2\right)}} U_1 \tag{13}$$

$$= \frac{sC_1sL_1\left(\frac{1}{sC_2}+sL_2\right)}{sL_1 + \left(\frac{1}{sC_2}+sL_2\right) + sC_1sL_1\left(\frac{1}{sC_2}+sL_2\right)} U_1 \tag{14}$$

$$= \frac{s^2\left(1+s^2\right)}{s^2+1+s^2+s^2\left(1+s^2\right)} U_1 \tag{15}$$

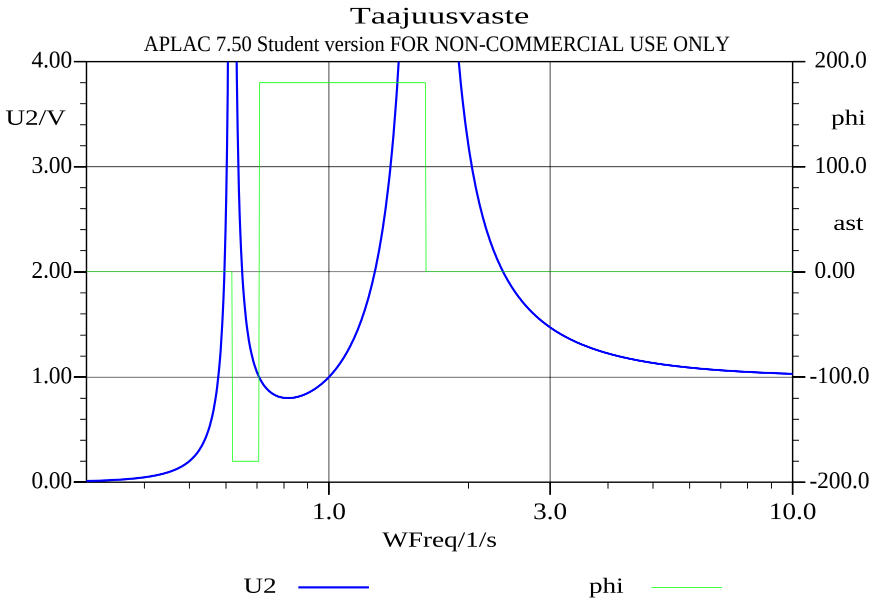
$$U_2 = \frac{s^2}{1+s^2} \cdot \frac{s^2\left(1+s^2\right)}{s^4+3s^2+1} U_1 = \frac{s^4}{s^4+3s^2+1} U_1 \tag{16}$$

$$\frac{U_2}{U_1}(\mathrm{j}\omega) = \frac{\omega^4}{\omega^4 - 3\omega^2 + 1} \tag{17}$$

$$\frac{U_2}{U_1}(\mathrm{j}\cdot 0) = 0 \tag{18}$$

$$\frac{U_2}{U_1}(\mathrm{j}\cdot 1) = -1 \tag{19}$$

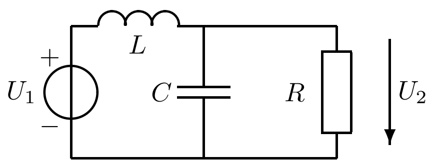
$$\frac{U_2}{U_1}(\mathrm{j}\cdot \infty) = 1 \tag{20}$$



1403. Mitoita L ja C siten, että siirtofunktio toteuttaa Butterworth-approksimaation

$$\left|\frac{U_2}{U_1}\right|^2 = \frac{1}{1+\omega^4} \tag{21}$$

$R = 1\ \Omega$. Muunna piiri ylipäästösuodattimeksi, jonka rajataajuus $f_\mathrm{c} = 20\ 000$ Hz ja $R = 1000\ \Omega$. Prototyypin rajakulmataajuus $\omega_\mathrm{p} = 1\ \frac{1}{\mathrm{s}}$.



Tehtävän 1401 perusteella:

$$\frac{U_2}{U_1}(s) = \frac{\frac{R}{sCR+1}}{sL + \frac{R}{sCR+1}} = \frac{R}{sL(sCR+1)+R} \tag{22}$$

$$= \frac{R}{s^2LCR + sL + R} = \frac{\frac{1}{LC}}{s^2 + s\,\frac{1}{RC} + \frac{1}{LC}} \tag{23}$$

$$\frac{U_2}{U_1}(\mathrm{j}\omega) = \frac{\frac{1}{LC}}{\mathrm{j}\omega\,\frac{1}{RC} + \frac{1}{LC} - \omega^2} \tag{24}$$

Seuraava lauseke tarkoittaa itseisarvon neliötä, mikä lasketaan Pythagoraan lauseen avulla (nimittäjässä):

$$\left|\frac{U_2}{U_1}(\mathrm{j}\omega)\right|^2 = \frac{\frac{1}{(LC)^2}}{\left(\omega\,\frac{1}{RC}\right)^2 + \left(\frac{1}{LC} - \omega^2\right)^2} \tag{25}$$

$$= \frac{\frac{1}{(LC)^2}}{\underbrace{\left(\frac{1}{RC}\right)^2 \omega^2 + \left(\frac{1}{LC}\right)^2 - \frac{2}{LC}\,\omega^2}_{1} + \omega^4} \tag{26}$$

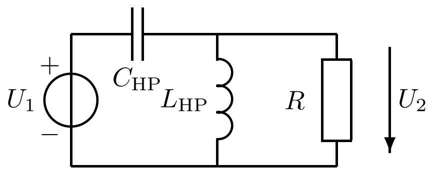
Nimittäjän ω^2-termien tulee kumoutua. Osoittajassa voisi tarvittaessa olla jokin skaalauskerroin, mutta nyt skaalausta ei tarvita.

$$\left(\frac{1}{(RC)^2} - \frac{2}{LC}\right)\omega^2 + \left(\frac{1}{LC}\right)^2 = 1 \tag{27}$$

$$\Rightarrow LC = 1 \qquad \frac{1}{(RC)^2} = \frac{2}{LC} \Rightarrow (RC)^2 = \frac{1}{2} \tag{28}$$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow L = \sqrt{2} \tag{29}$$

Ylipäästösuodatin muodostetaan seuraavalla muunnoksella ($\omega_\mathrm{c} = 2\pi \cdot 20\,000\ \frac{1}{\mathrm{s}}$). Samalla impedanssitaso kerrotaan tuhannella:



$$C_\mathrm{HP} = \frac{1}{\omega_\mathrm{p}\omega_\mathrm{c}L} \cdot \frac{1}{R} = 5{,}63\ \mathrm{nF} \tag{30}$$

$$L_\mathrm{HP} = \frac{1}{\omega_\mathrm{p}\omega_\mathrm{c}C} \cdot R = 11{,}3\ \mathrm{mH} \tag{31}$$

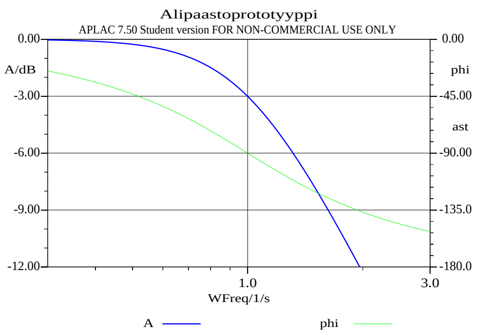
Vastaava muunnos siirtofunktiolle:

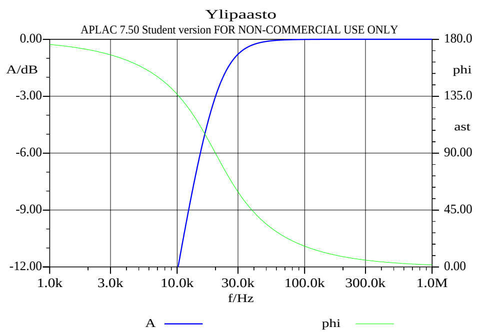
$$\frac{U_2}{U_1}(s) = \frac{\frac{1}{LC}}{\left(\frac{\omega_\mathrm{p}\omega_\mathrm{c}}{s}\right)^2 + \frac{\omega_\mathrm{p}\omega_\mathrm{c}}{s}\,\frac{1}{RC} + \frac{1}{LC}} = \frac{s^2}{s^2 + \frac{L}{R}\,\omega_\mathrm{p}\omega_\mathrm{c}s + \omega_\mathrm{p}\omega_\mathrm{c}} \tag{32}$$

APLAC:

```
Volt E 1 0 AC=1

Res RS 1 2 1n
Res RL 3 0 1
Cap C1 3 0 1/2^0.5
```

```
Ind L1 2 3 2^0.5

Res RS2 1 20 1n
Res RL2 30 0 1k
Cap C10 20 30 5.63n
Ind L10 30 0 11.3m

Sweep "Alipaastoprototyyppi" AC
+ Loop 1001 Wfreq Log 0.3 3
+ LOGX
+ Y "A" "dB" -12 0
+ Y2 "phi" "ast" -180 0
+ Grid
Display xy "A" w Magdb(vac(3)) WIDTH=3 $COLOR=BLACK
Display xy2 "phi" w Pha(vac(3)) WIDTH=1 $COLOR=BLACK
EndSweep

Sweep "Ylipaasto" AC
+ Loop 1001 freq Log 1k 1000k
+ Y "A" "dB" -12 0
+ Y2 "phi" "ast" 0 180
+ Grid
Display y "A" Magdb(vac(30)) WIDTH=3 $COLOR=BLACK
Display y2 "phi" Pha(vac(30)) WIDTH=1 $COLOR=BLACK
EndSweep
```

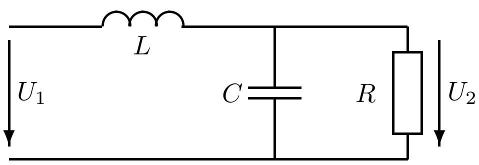




1404. Valitse L ja C siten että siirtofunktio on muotoa

$$\left|\frac{U_2}{U_1}(s)\right|^2 = \frac{G_0}{1+\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^4} \tag{33}$$

$\omega_0 = 1000$ rad/s, $R = 1\ \Omega$.



Kuten edellä:

$$\frac{U_2}{U_1}(s) = \frac{\frac{1}{LC}}{s^2 + s\,\frac{1}{RC} + \frac{1}{LC}} = \frac{\frac{1}{LC}}{-\omega^2 + \mathrm{j}\omega\,\frac{1}{RC} + \frac{1}{LC}} \tag{34}$$

$$\left|\frac{U_2}{U_1}(\mathrm{j}\omega)\right|^2 = \frac{\left(\frac{1}{LC}\right)^2}{\left(\omega\,\frac{1}{RC}\right)^2 + \left(\frac{1}{LC} - \omega^2\right)^2} \tag{35}$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{LC}\right)^2}{\omega^2\left(\frac{1}{RC}\right)^2 + \left(\frac{1}{LC}\right)^2 - 2\,\frac{1}{LC}\,\omega^2 + \omega^4} \tag{36}$$

$$= \frac{1}{1 + \omega^2\left(\frac{LC}{RC}\right)^2 - 2LC\omega^2 + (LC)^2\omega^4} \tag{37}$$

$$= \frac{1}{1 + \underbrace{(LC)^2\,\omega^4}_{\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^4} + \underbrace{\omega^2\left(\left(\frac{L}{R}\right)^2 - 2LC\right)}_{0}} \tag{38}$$

$$(LC)^2\,\omega^4 = \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^4 \Rightarrow L = \frac{1}{\omega_0^2 C} \tag{39}$$

$$\left(\frac{L}{R}\right)^2 = 2LC \Rightarrow \left(\frac{1}{\omega_0^2 CR}\right)^2 = 2\frac{1}{\omega_0^2} \Rightarrow \left(\frac{1}{CR}\right)^2 = 2\omega_0^2 \tag{40}$$

$$C = \frac{1}{2\omega_0 R} = 0{,}707\ \mathrm{mF} \qquad L = \frac{2}{\omega_0^2 C} = 1{,}414\ \mathrm{mH} \tag{41}$$

1405. Erään suodattimen taajuusvaste on muotoa

$$\frac{U_2}{U_1}(s) = \frac{K}{(sRC)^2 + sRC(3-K) + 1} \tag{42}$$

Mitoita K ja C siten, että siirtofunktio toteuttaa Butterworth-approksimaation. $\omega_0 = 1\ \frac{1}{\mathrm{s}}$, $R = 1\ \Omega$.

$$\frac{U_2}{U_1}(s) = \frac{K}{(sRC)^2 + sRC(3-K) + 1} = \frac{\frac{K}{(RC)^2}}{s^2 + s\frac{3-K}{RC} + \frac{1}{(RC)^2}} \tag{43}$$

$$\frac{U_2}{U_1}(\mathrm{j}\omega) = \frac{\frac{K}{(RC)^2}}{-\omega^2 + \mathrm{j}\omega\,\frac{3-K}{RC} + \frac{1}{(RC)^2}} \tag{44}$$

$$\left|\frac{U_2}{U_1}(\mathrm{j}\omega)\right|^2 = \frac{\frac{K^2}{(RC)^4}}{\left(\omega\,\frac{3-K}{RC}\right)^2 + \left(\frac{1}{(RC)^2} - \omega^2\right)^2} \tag{45}$$

$$= \frac{\frac{K^2}{(RC)^4}}{\underbrace{\left(\omega\,\frac{3-K}{RC}\right)^2 - 2\,\frac{1}{(RC)^2}\,\omega^2}_{0} + \frac{1}{(RC)^4} + \omega^4} \tag{46}$$

$$\left(\omega\,\frac{3-K}{RC}\right)^2 = 2\,\frac{1}{(RC)^2}\,\omega^2 \tag{47}$$

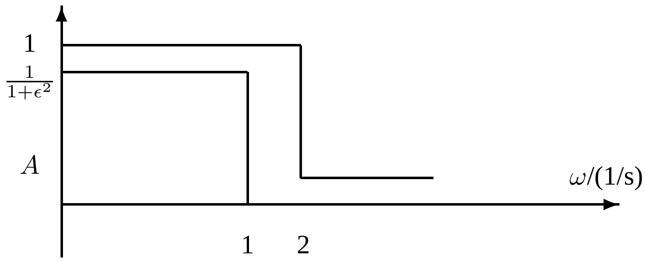
$$K = 3 \pm \sqrt{2} \tag{48}$$

$$\frac{1}{(RC)^4} = 1 \Rightarrow C = 1\ \mathrm{F} \tag{49}$$

Suuri kondensaattorin arvo johtuu matalasta rajataajuudesta (ω_0) ja alhaisesta impedanssitasosta (R).

1406. Miten suuri tulee olla Tshebyshev-tyyppisen suodattimen asteluku, jotta kuvan porttikuvio toteutuu? Aaltoilu päästökaistalla: $10 \lg(1+\epsilon^2) = 1$ dB ja minimivaimennus estokaistalla: $10 \lg A = -16$ dB. $T_0 = 1$, $T_1 = \omega$, $T_{n+1} = 2\omega T_n - T_{n-1}$.

$$\left|\frac{U_2}{U_1}\right|^2 = \frac{1}{1+\epsilon^2 T_n^2} \tag{50}$$



$$\left|\frac{U_2}{U_1}(1)\right|^2 = \frac{1}{1+\epsilon^2} \Rightarrow \lg(1+\epsilon^2) = 0{,}1 \Rightarrow \epsilon^2 = 0{,}2589 \tag{51}$$

$$\left|\frac{U_2}{U_1}(2)\right|^2 = \frac{1}{1+\epsilon^2 T_n(2)^2} \leq 0{,}0251 \tag{52}$$

$$1+\epsilon^2 T_n(2)^2 \geq 39{,}81 \Rightarrow T_n(2) \geq 12{,}24 \tag{53}$$

$$T_2(\omega) = 2\omega T_1 - T_0 = 2\omega^2 - 1 \tag{54}$$

$$T_3(\omega) = 2\omega(2\omega^2-1) - \omega = 4\omega^3 - 3\omega \Rightarrow T_3(2) = 26 \tag{55}$$

$$\left|\frac{U_2}{U_1}(2)\right|^2 = \frac{1}{1+\epsilon^2 26^2} = 0{,}0057 \leq 0{,}0251 \tag{56}$$

Asteluku $n = 3$ antaa siis noin 22,5 dB vaimennuksen, mikä on riittävä.

1407. Erään suodattimen taajuusvaste on muotoa ($s = \mathrm{j}\omega$):

$$\frac{U_2}{U_1}(s) = K\ \frac{s^2+\omega_1^2}{s^2 + s\frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2}$$

Laske siirtofunktion itseisarvo ja vaihe kulmataajuudella $\omega = \frac{2}{\sqrt{7}}$, kun $Q = 4/3$, $\omega_0 = 1$, $\omega_1 = 2$ ja $K = \sqrt{11}/16 \approx 0{,}2073$. Millä kulmataajuudella lähtöjännite $U_2 = 0$? Mitä arvoa vahvistuksen itseisarvo lähestyy, kun taajuus lähestyy ääretöntä?

$$\frac{U_2}{U_1}(\mathrm{j}\omega) = K\ \frac{-\omega^2+4}{-\omega^2+\mathrm{j}\frac{3}{4}\,\omega+1} \to K \tag{57}$$

$$\frac{U_2}{U_1}\left(\mathrm{j}\frac{2}{\sqrt{7}}\right) = K\ \frac{4-\frac{4}{7}}{1-\frac{4}{7}+\mathrm{j}\frac{3}{4}\,\frac{2}{\sqrt{7}}} = \frac{\frac{24}{7}\,K}{\frac{3}{7}+\mathrm{j}\sqrt{\frac{9}{28}}} \tag{58}$$

$$\left|\frac{U_2}{U_1}\left(\mathrm{j}\frac{2}{\sqrt{7}}\right)\right|\angle\phi = \frac{\frac{24}{7}K}{\sqrt{\frac{9}{49}+\frac{9}{28}}}\angle\phi = 1{,}0\angle-52{,}91^\circ \tag{59}$$

Kyseessä on elliptinen suodatin, jonka $\epsilon^2 = \frac{5}{11}$ ja $k = \sqrt{7}/4$. Kyseisellä kulmataajuudella saavutetaan päästökaistan maksimi — estokaistan maksimi (K) saavutetaan äärettömyydessä.

1408. Erään suodattimen siirtofunktio on muotoa:

$$H(s) = \frac{s^2+1}{\sqrt{2}s^2+1{,}29s+2} \tag{60}$$

Laske ryhmäkulkuaika T_g kulmataajuuksilla $\omega = 0$; 0,5; 1,0 ja 1,5 $\frac{1}{\mathrm{s}}$.

$$\frac{\mathrm{d}(\arctan f(x))}{\mathrm{d}x} = \frac{f'(x)}{f(x)^2} \tag{61}$$

$$H(\mathrm{j}\omega) = \frac{1-\omega^2}{2-\sqrt{2}\omega^2+1{,}29\mathrm{j}\omega} \tag{62}$$

$$\phi = -\arctan\frac{1{,}29\omega}{2-\sqrt{2}\omega^2} \tag{63}$$

$$f(\omega) = \frac{1{,}29\omega}{2-\sqrt{2}\omega^2} \tag{64}$$

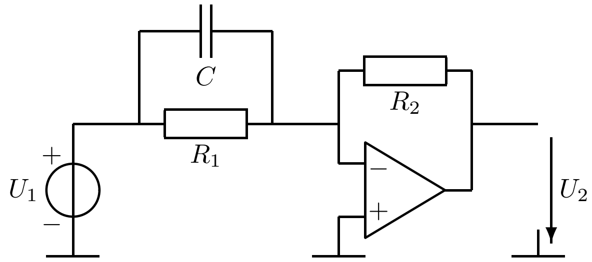
$$T_\mathrm{g} = -\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}\omega} = \frac{f'(\omega)}{1+f(\omega)^2} = \frac{\frac{1{,}29(2-\sqrt{2}\omega^2)+1{,}29\omega2\sqrt{2}\omega}{(2-\sqrt{2}\omega^2)^2}}{1+\left(\frac{1{,}29\omega}{2-\sqrt{2}\omega^2}\right)^2} \tag{65}$$

$$= \frac{1{,}29(2-\sqrt{2}\omega^2)+1{,}29\omega2\sqrt{2}\omega}{\left(2-\sqrt{2}\omega^2\right)^2+(1{,}29\omega)^2} = 1{,}29\,\frac{2+\sqrt{2}\omega^2}{4-4\sqrt{2}\omega^2+2\omega^4+1{,}29^2\omega^2} \tag{66}$$

$$= 1{,}29\,\frac{\sqrt{2}\omega^2+2}{2\omega^4-4\omega^2+4} = 0{,}645\ \mathrm{s}\ ,\ 0{,}970\ \mathrm{s}\ ,\ 2{,}18\ \mathrm{s}\ ,\ 1{,}29\ \mathrm{s} \tag{67}$$

Suodatin on Tshebyshev-tyyppiä, rippeli (1,25 dB), rajakulmataajuus $\omega_\mathrm{C} = 2\pi$ 1/s.

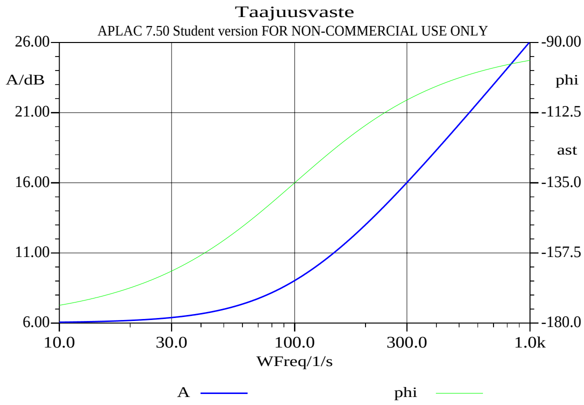
1409. Hahmottele oheisen suodattimen taajuusvaste (itseisarvo dB:nä ja vaihe asteina). $C = 1\ \mu$F, $R_1 = 10$ kΩ, $R_2 = 20$ kΩ.



$$\frac{U_2}{U_1}(\mathrm{j}\omega) = -\frac{Z_2}{Z_1} = -\frac{R_2}{\frac{R_1\cdot\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}}{R_1+\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}}} \tag{68}$$

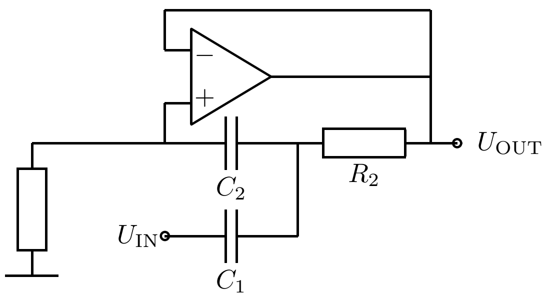
$$= -\frac{R_2}{\frac{R_1}{j\omega C R_1 + 1}} = -\frac{R_2}{R_1}(j\omega C R_1 + 1) \tag{69}$$

$$= -(2 + j\omega \cdot 0{,}02) \tag{70}$$



ω	Re	Im	$\left\lvert\frac{U_2}{U_2}\right\rvert$	$20\lg\left\lvert\frac{U_2}{U_2}\right\rvert$	ϕ
0	-2	-0	2	6,0 dB	$\pm 180{,}0°$
50	-2	-1	2,24	7,0 dB	$-153{,}4°$
100	-2	-2	2,83	9,0 dB	$-135{,}0°$
200	-2	-4	4,47	13,0 dB	$-116{,}6°$
400	-2	-8	8,25	18,3 dB	$-104{,}0°$
1000	-2	-20	20,1	26,1 dB	$-95{,}7°$
∞	-2	$-\infty$	∞	∞ dB	$-90{,}0°$

1410. Laske oheisen suodattimen siirtofunktio $\frac{U_O}{U_I}(s)$. Mitä suodatintyyppiä se edustaa (LP, HP, BP, ym.)? Onko suodattimen taajuusvasteessa siirtonollia? Mitkä seuraavista vasteista ovat mahdollisia tällä rakenteella: Butterworth, Tshebyshev, Bessel, Legendre, käänteinen Tshebyshev, elliptinen?



$$\frac{U - U_{\mathrm{OUT}}}{\frac{1}{sC_2}} = \frac{U_{\mathrm{OUT}}}{R_1} \Rightarrow U = \left(1 + \frac{1}{sC_2R_1}\right)U_{\mathrm{OUT}} \tag{71}$$

$$\frac{U_{\mathrm{IN}} - U}{\frac{1}{sC_1}} = \frac{U - U_{\mathrm{OUT}}}{\frac{1}{sC_2}} + \frac{U - U_{\mathrm{OUT}}}{R_2} \tag{72}$$

$$sC_1U_{\mathrm{IN}} = \left(\frac{1}{R_2} + sC_1 + sC_2\right)U - \left(sC_2 + \frac{1}{R_2}\right)U_{\mathrm{OUT}} \tag{73}$$

$$sC_1U_{\mathrm{IN}} = \left[\left(\frac{1}{R_2} + sC_1 + sC_2\right)\left(1 + \frac{1}{sC_2R_1}\right) - \left(sC_2 + \frac{1}{R_2}\right)\right]U_{\mathrm{OUT}} \tag{74}$$

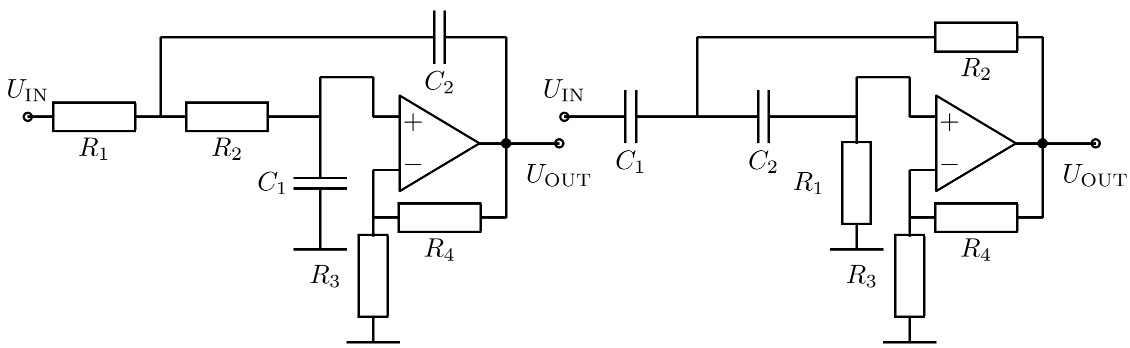
$$\frac{U_{\mathrm{OUT}}}{U_{\mathrm{IN}}} = \frac{sC_1}{\frac{1}{R_2}\left(\frac{1}{sC_2R_1}\right) + sC_1\left(1 + \frac{1}{sC_2R_1}\right) + sC_2\left(\frac{1}{sC_2R_1}\right)} \tag{75}$$

$$\frac{U_{\mathrm{OUT}}}{U_{\mathrm{IN}}} = \frac{s^2C_1C_2R_1R_2}{1 + sC_1\left(sC_2R_1R_2 + R_2\right) + sC_2R_2} \tag{76}$$

$$H(s) = \frac{U_{\mathrm{OUT}}}{U_{\mathrm{IN}}}(s) = \frac{s^2C_1C_2R_1R_2}{s^2C_1C_2R_1R_2 + s\left(C_1 + C_2\right)R_2 + 1} \tag{77}$$

Koska $H(0) = 0$ ja $H(\infty) = 1$, on kyseessä ylipäästösuodatin (HP). Osoittajalla ei ole nollakohtia ($s \neq 0$), eikä nimittäjä mene äärettömäksi. Siirtonollia ei sii ole muuta kuin tietenkin kaksinkertainen siirtonolla nollassa. Kyseessä on siirtofunktion muodon perusteella polynomisuodatin. Butterworth, Legendre, Tshebyshev ja Bessel ovat mahdollisia, sen sijaan käänteinen Tshebyshev ja elliptinen approksimaatio eivät ole mahdollisia, koska ne vaatisivat siirtonollien olemassa oloa.

1411. Oheisen alipäästösuodattimen rajataajuus $f_{\mathrm{C}} = 1$ Hz. Muunna piiri vastaavaksi toisen asteen ylipäästösuodattimeksi, jonka rajataajuus $f_{\mathrm{C}} = 1000$ Hz ja $R_1 = 100$ kΩ. Kelat eivät ole sallittuja; käytä RC:CR-muunnosta. $R_1 = R_2 = 1\ \Omega$, $R_3 = R_4 = 1\ \Omega$ ja $C_1 = C_2 = 0{,}159$ F.



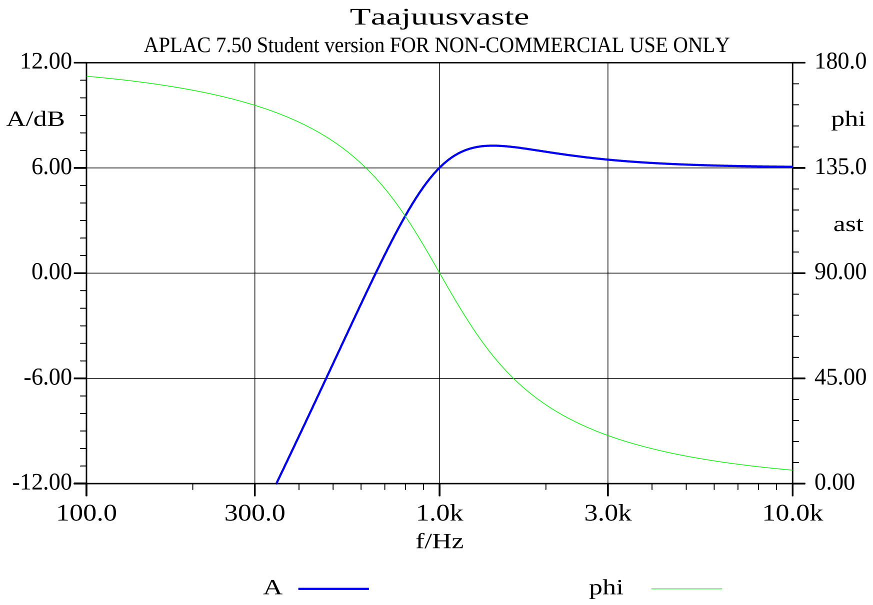
Vastukset R_3 ja R_4 säätävät vahvistusta. Teoriassa niiden arvoja ei tarvitse muuttaa, mutta käytännössä niitä on suurennettava: esim. 10 kΩ on sopiva. Rajataajuuden skaalaus 1 Hz $\rightarrow$ 1000 Hz: jaetaan konkat tonnilla. Impedanssitasoskaalaus: pidetään RC-tulot ennallaan. Vastukset kerrotaan 100 000:lla ($R_1 = 100$ kΩ) ja konkat jaetaan sillä:

$$R_3 = R_4 = 10\ \mathrm{k}\Omega \tag{78}$$

$$R_1 = R_2 = 100\ \mathrm{k}\Omega \tag{79}$$

$$C_1 = C_2 = \frac{0{,}159}{1000 \cdot 100\,000} = 1{,}59\ \mathrm{nF} \tag{80}$$

Tarkistus:



1412. Piirrä edellisen tehtävän alipäästösuodattimen taajuusvaste (vahvistuskäyrä absoluuttiarvona ja vaihekäyrä asteina). Laske ensin siirtofunktio. Mitä alipäästösuodattimien approksimaatiota se edustaa?

Edellisen tehtävän käyrän perusteella se vaikuttaa toisen asteen Tshebyshevilta, jonka rippeli on noin 1,5 dB. Tarkistetaan asia:

$$\frac{U_{\mathrm{OUT}}}{U_{\mathrm{IN}}} = \frac{\frac{A}{R_1C_1R_2C_2}}{s^2 + s\left(\frac{1}{R_2C_2} + \frac{1}{R_1C_2} + \frac{1-A}{C_1R_2}\right) + \frac{1}{R_1C_1R_2C_2}} = \frac{2}{s^2 + s\underbrace{C}_{0{,}159} + 1} \tag{81}$$

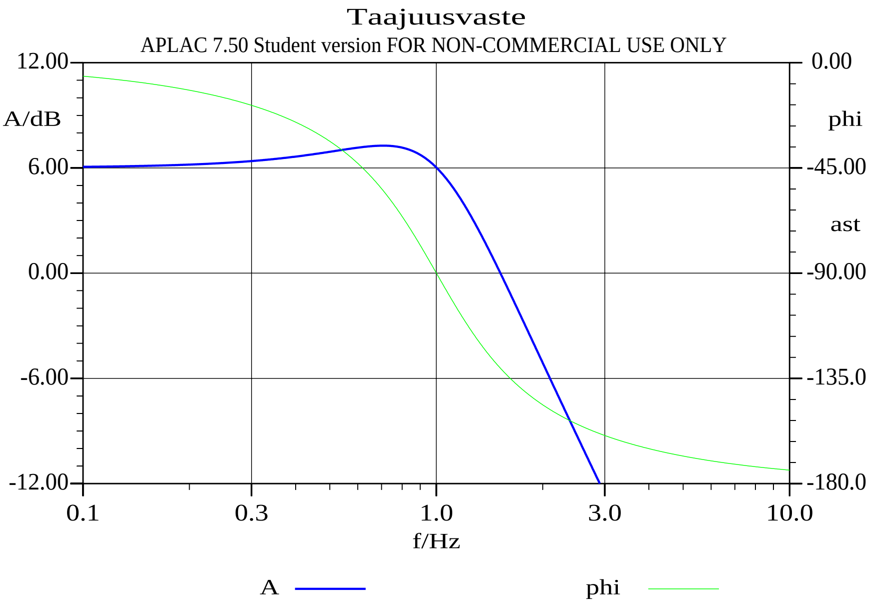
$$\left|\frac{U_{\mathrm{OUT}}}{U_{\mathrm{IN}}}(0)\right|^2 = \left(\frac{2}{1}\right)^2 = \frac{G_0}{1+\varepsilon^2} \Rightarrow G_0 = 4(1+\varepsilon^2) \tag{82}$$

$$\frac{4}{(0{,}159\omega)^2 + (1-\omega^2)^2} = \frac{G_0}{1+\varepsilon^2 T_2^2} = \frac{4(1+\varepsilon^2)}{1+\varepsilon^2(2\omega^2-1)^2} \tag{83}$$

$$\frac{4}{0{,}02528\omega^2 + 1 - 2\omega^2 + \omega^4} = \frac{4(1+\varepsilon^2)}{1+\varepsilon^2(4\omega^4 - 4\omega^2 + 1)} \tag{84}$$

$$\frac{4}{\omega^4 - 1{,}9747\omega^2 + 1} = \frac{\frac{4(1+\varepsilon^2)}{4\varepsilon^2}}{\omega^4 - \omega^2 + 0{,}25 + \frac{1}{4\varepsilon^2}} \tag{85}$$

Toteutuu hyvällä tarkkuudella, jos $\varepsilon^2 = \frac{1}{3}$. Tämä tarkoittaa siis 1,25 dB:n rippeliä, koska $10\lg(1+\varepsilon^2) = 1{,}25$.

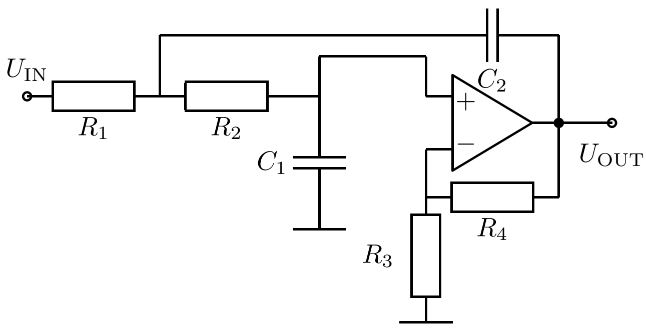


1413. Valitse oheisen Sallen–Key-tyyppisen alipäästösuodattimen lukuarvot siten, että se toteuttaa Tshebyshev-approksimaation puolen desibelin rippelillä eli seuraavan siirtofunktion:

$$\frac{U_{\mathrm{OUT}}}{U_{\mathrm{IN}}} = \frac{\frac{A}{R_1 C_1 R_2 C_2}}{s^2 + s\left(\frac{1}{R_2 C_2} + \frac{1}{R_1 C_2} + \frac{1-A}{C_1 R_2}\right) + \frac{1}{R_1 C_1 R_2 C_2}} \tag{86}$$

$$H(s) = \frac{K}{s^2 + 1{,}425 s + 1{,}516} \tag{87}$$

Rajataajuudeksi halutaan $f_{\mathrm{C}} = 10$ kHz. Valitse $R_1 = R_2 = R_3 = 10$ kΩ ja $C_1 = C_2$.



$$b = \frac{1}{(RC)^2} = 1{,}516 \Rightarrow C = 81\ \mu\mathrm{F} \tag{88}$$

$$d = \frac{2}{RC} + \frac{1-A}{RC} = \frac{3-A}{RC} = 1{,}425 \Rightarrow A = 1{,}84 \tag{89}$$

$$A = \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) = 1{,}84 \Rightarrow R_4 = 0{,}84 R_3 = 8{,}4\ \mathrm{k}\Omega \tag{90}$$

$$H(0) = \frac{K}{1{,}516} \tag{91}$$

$$H(\mathrm{j}\cdot 1) = \frac{K}{-1 + 1{,}425\mathrm{j} + 1{,}516} = \frac{K}{1{,}516\angle 70{,}1^\circ} \tag{92}$$

$$K = \frac{A}{(RC)^2} = 2{,}79 \tag{93}$$

Prototyypin rajakulmataajuus on siis $\omega_\mathrm{p} = 1$, kuten saattoi arvatakin. Taajuusskaalaus:

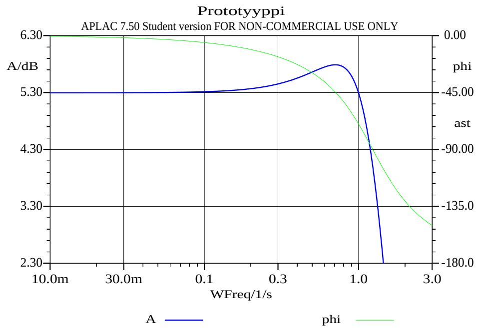
$$k = \frac{\omega_\mathrm{p}}{\omega_\mathrm{c}} = \frac{1}{2\pi \cdot 10\,000} \tag{94}$$

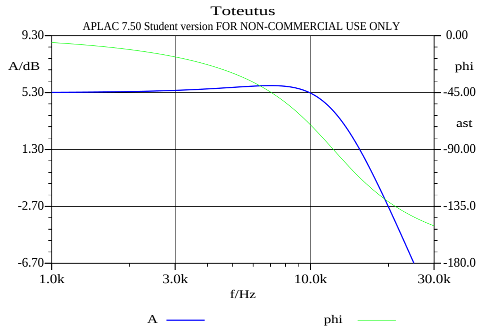
$$C \rightarrow kC = 1{,}3\ \mathrm{nF} \tag{95}$$

Tarkistus APLACilla:

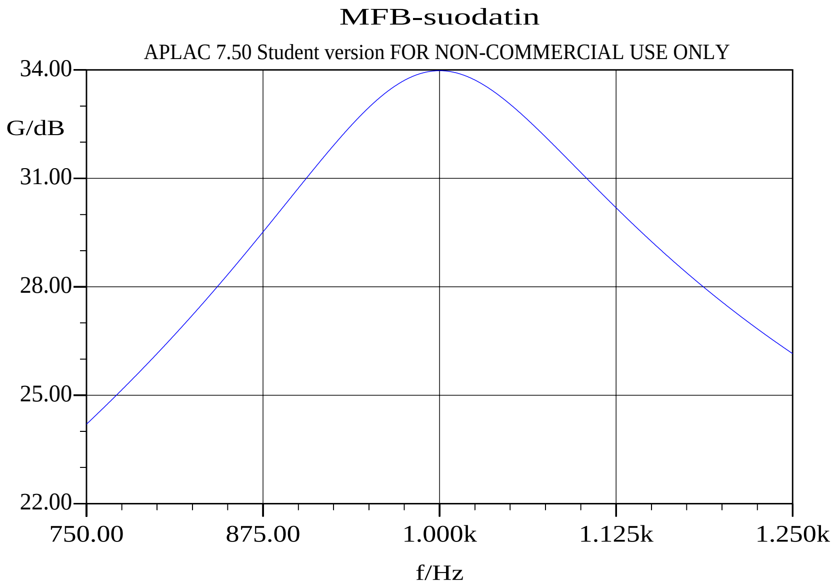
```
Volt E 1 0 AC=1

Res R1 1 2 10k
Res R2 2 3 10k
Res R3 4 0 10k
Res R4 4 5 8.4k
Cap C1 3 0 81u
Cap C2 2 5 81u
Opamp O1 3 4 5 0 Ideal

Res R10 1 20 10k
Res R20 20 30 10k
Res R30 40 0 10k
Res R40 40 50 8.4k
Cap C10 30 0 1.3n
Cap C20 20 50 1.3n
Opamp O2 30 40 50 0 Ideal

Sweep "Prototyyppi" AC
+ Loop 1001 Wfreq Log 0.01 3
+ LOGX
*+ X "w" "(1/s)" 0.1 1
+ Y "A" "dB" 2.3 6.3
+ Y2 "phi" "ast" -180 0
+ Grid
+ EPS=t1411a.eps

Display xy "A" w Magdb(vac(5)) WIDTH=3 $COLOR=BLACK
Display xy2 "phi" w Pha(vac(5)) WIDTH=1 $COLOR=BLACK
EndSweep

Sweep "Toteutus" AC
+ Loop 1001 freq Log 1000 30000
+ Y "A" "dB" -6.7 9.3
+ Y2 "phi" "ast" -180 0
+ Grid
+ EPS=t1411b.eps
```

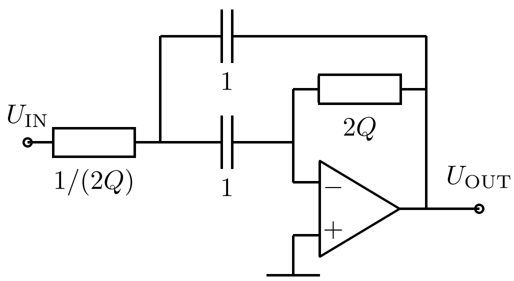
```
Display y "A" Magdb(vac(50)) WIDTH=3 $COLOR=BLACK
Display y2 "phi" Pha(vac(50)) WIDTH=1 $COLOR=BLACK
EndSweep
```





1414. Suunnittele annetun prototyypin ($\omega_0 = 1$ rad/s) avulla MFB-kaistanpäästösuodatin, jonka taajuusvaste on kuvan mukainen. Pienemmän resistanssin on oltava $R = 1000\ \Omega$.





$$34\text{ dB} - 3\text{ dB} = 31\text{ dB} \tag{96}$$

$$\Rightarrow f_1 = 900 \qquad f_2 = 1100 \tag{97}$$

$$B_f = f_2 - f_1 = 200 \tag{98}$$

$$f_0 = 1000 \Rightarrow Q = \frac{f_0}{B} = 5 \tag{99}$$

$$R_1 = \frac{1}{2Q} = 0{,}1 \tag{100}$$

$$R_2 = 2Q = 10 = 100 \cdot R_1 \tag{101}$$

Taajuusskaalaus:

$$C \to \frac{1}{2\pi 1000} \cdot C = \frac{1}{2000\pi} \tag{102}$$

Impedanssiskaalaus:

$$C \to \frac{0{,}1}{1000} \cdot C = \frac{1}{10^4 \cdot 2000\pi} = 15{,}9 \text{ nF} \tag{103}$$

$$R_2 = 100 \cdot R_1 = 100 \text{ k}\Omega \tag{104}$$