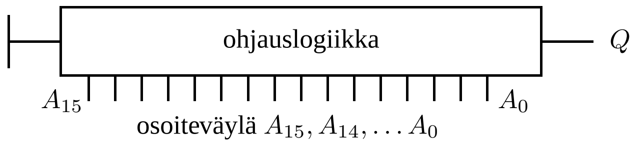
9. Logiikka- ja sekvenssipiirit

Sähkötekniikka ja elektroniikka, sivut 447-480.
Kurssin *Sähkötekniikka* laskuharjoitus-, välikoe- ja tenttitehtäviä. Versio 22.1.2004.

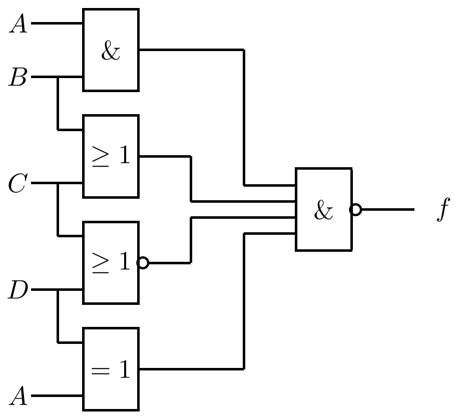
Vaikka digitaalipiirit ovatkin usein pitkälle integroituja suuremman järjestelmän osia, on loogisten porttien ja Boolen algebran hallitseminen tärkeää pohjatietoa. Seuraavat tehtävät käsittelevät porttipiirien lisäksi mm. loogisen lausekkeen yksinkertaistamista, totuustaulukoita, Karnaugh'n karttaa ja hieman myös sekvenssipiirejä. Viime mainituille eivät sähkötekniikka-kurssin neljä digi-oppituntia ole oikein hyvin enää riittäneet. Kirjassa sekvenssipiirejäkin on esitelty laajemmin sekä niiden lisäksi multivibraattoreita ja ajastinpiirejä 555/556.

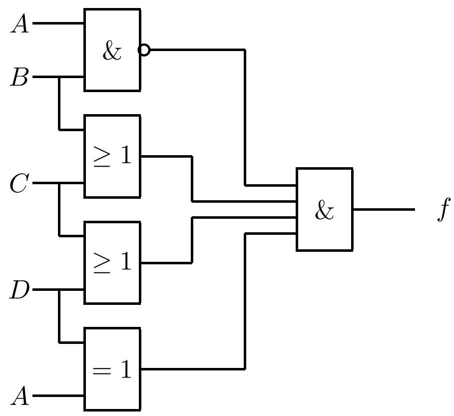
Porttipiirit ja Boolen algebra

901. Suunnittele porttipiireillä oheinen ohjauslogiikka. Lähdön Q halutaan olevan 1 silloin ja vain silloin, kun mikroprosessorin osoiteväylässä on heksadesimaaliluku 5FB1. Älä käytä Karnaugh'n karttaa.

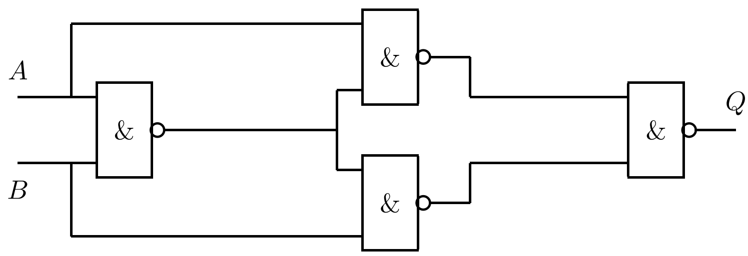


902. Kirjoita f:n lauseke muuttujien A, B, C ja D avulla. Yksinkertaista lauseketta ja laadi lopuksi totuustaulukko.





903. Minkä loogisen perusfunktion oheinen piiri toteuttaa (onko siis kyseessä NAND vai joku muu)?



904. Toteuta looginen funktio $f = A\overline{B}C + ABC + (C + D)(\overline{D} + E)$ käyttäen kahta AND-porttia, kahta OR-porttia ja yhtä tai useampaa invertteriä. Tuloliitäntöjä voi ANDissä ja ORissa olla enemmänkin kuin kaksi. Piirrä kytkentäkaavio.

905. Sievennä Boolen algebran laskusääntöjen avulla:

$$f = \overline{A} \cdot \overline{B}D + \overline{A}BD + BCD + ACD$$

Toteuta sievennetty lauseke porttipiireillä.

906. Sievennä Boolen algebran laskusääntöjen avulla:

$$f = A + \overline{A}B + A(A + AB) + B(A + B)$$

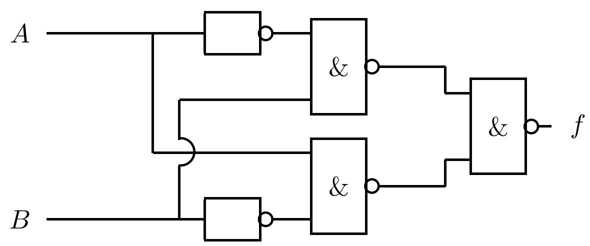
Toteuta sievennetty lauseke NAND-porteilla.

907. Muodosta totuustaulukko lausekkeelle:

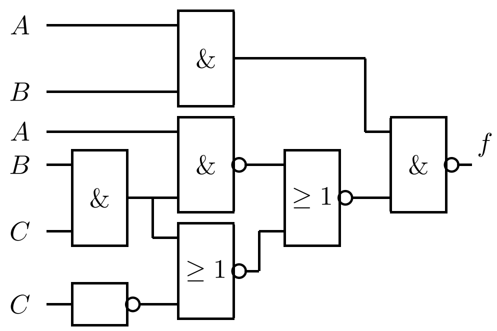
$$f = A\overline{B} + AB\overline{C} + \overline{A}CD + AC\overline{D} + ABCD$$

ja toteuta se logiikkapiireillä mahdollisimman yksinkertaisesti. Huom. $A + \overline{A}B = A + B$.

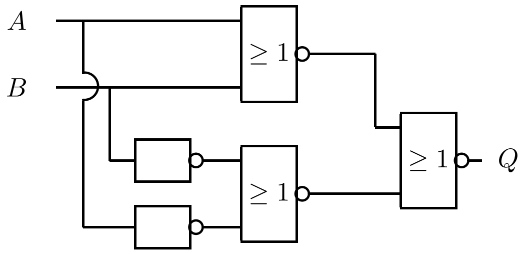
908. Tutki totuustaulukon avulla, minkä loogisen funktion oheinen piiri toteuttaa.



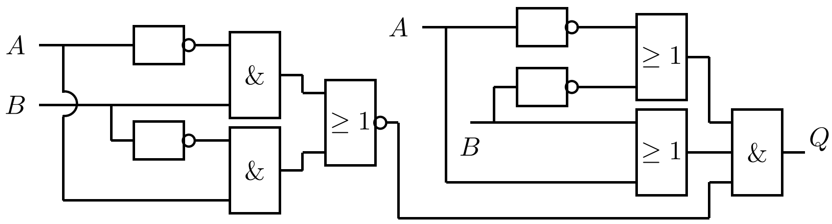
909. Toteuta kuvan esittämä looginen funktio f yksinkertaisemmin.



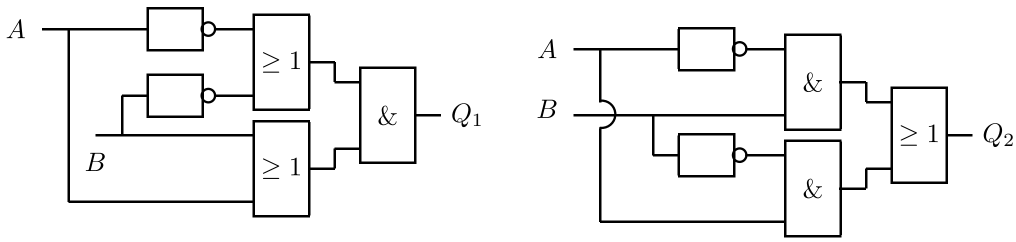
910. Toteuta oheinen logiikkapiiri käyttämällä yksinomaan NAND-portteja (ei edes invertte-reitä!).



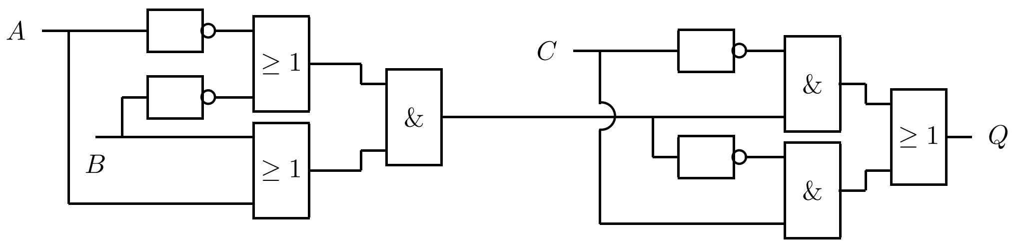
911. Muodosta totuustaulukko loogiselle funktiolle Q muuttujien A ja B funktiona.



912. Millä muuttujien A ja B kombinaatioilla Q_1 ja Q_2 ovat samat? Vastaus on tietysti perusteltava.



913. Johda lauseke loogiselle funktiolle Q, yksinkertaista lauseketta ja laadi siitä totuustaulukko muuttujien A, B ja C funktiona.



Karnaugh'n kartta

914. Suunnittele porttipiireillä oheisten Karnaugh'n karttojen kuvaamat laitteet.

$CD \backslash AB$	00	01	11	10
00	0	0	0	1
01	0	1	1	0
11	0	1	1	1
10	0	0	1	1

$cd \backslash ab$	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	1	1	0
11	0	1	1	0
10	1	0	0	1

915. Suunnittele Karnaugh'n kartan avulla piiri, jonka lähtö on 1, kun tulot A, B, C ja D muodostavat kolmella jaollisen kokonaisluvun välillä $0 \ldots 9$. Piirin toimintaa ei tarvitse määritellä välillä 10-15. Sovitaan, että nolla ei ole kolmella jaollinen, vaikka sen jakojäännös onkin nolla.

916. Suunnittele Karnaugh'n kartan avulla piiri, jonka lähtö on $Q = 1$, kun tulot A, B, C ja D muodostavat kokonaisluvun 1,3,6,9,11 tai 14.

917. Suunnittele Karnaugh'n kartan avulla kirjainlauseke, joka saa arvon 1, kun tulot A, B, C ja D muodostavat kolmella tai seitsemällä jaollisen kokonaisluvun välillä $1 \ldots 15$. Piirin toimintaa ei tarvitse määritellä, kun $A = B = C = D = 0$.

918. Muodosta porttipiireillä logiikka, joka antaa lähtöön Q ykkösen, jos binäärikoodi $ABCD$ (D = LSB) vastaa heksadesimaalilukua 2, 3, 5, 7, A, B, D, E tai F.

919. AB ja CD ovat molemmat kaksibittisiä binäärilukuja. Täytä ensin sarake Q seuraavasti: $Q = 1$ vain, jos luku $AB > CD$, muuten $Q = 0$. Piirrä lopuksi logiikkapiiri, joka toteuttaa totuustaulukkosi.

AB	CD	Q
00	00	
00	01	
00	10	
00	11	

AB	CD	Q
01	00	
01	01	
01	10	
01	11	

AB	CD	Q
10	00	
10	01	
10	10	
10	11	

AB	CD	Q
11	00	
11	01	
11	10	
11	11	

920. Toteuta kombinaatiologiikalla totuustaulukon sarake f:

A	B	C	D	f
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0

A	B	C	D	f
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1
muut tilat: ei määritelty				

921. Piirrä logiikkapiiri, joka toteuttaa oheisen totuustaulukon sarakkeen Q.

A	B	C	Q
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0

A	B	C	Q
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

922. Toteuta oheinen totuustaulukko (sarake Q) mahdollisimman yksinkertaisesti logiikkapiireillä muuttujien A, B ja D funktiona.

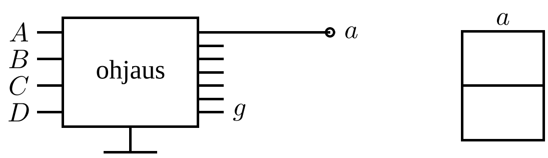
A	B	D	Q
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0

A	B	D	Q
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

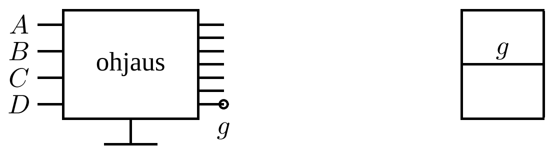
923. Toteuta oheisen totuustaulukon sarakkeet Q_1 ja Q_2 kombinaatiologiikalla (A, B ja C muuttujina).

A	B	C	Q_1	Q_2
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	1	1	0
1	1	1	1	1

924. Muodosta porttipiireillä ohjaus 7-segmenttinäytön a-segmentille, kun tulosignaalina on 4-bittinen BCD-luku (0. . . 9). Aloita kirjoittamalla totuustaulukko. A on MSB.



925. Muodosta porttipiireillä ohjaus 7-segmenttinäytön (heksa) g-segmentille, kun tulosignaali ($ABCD$) on 4-bittinen binäärikoodi. Aloita kirjoittamalla totuustaulukko. A on MSB.



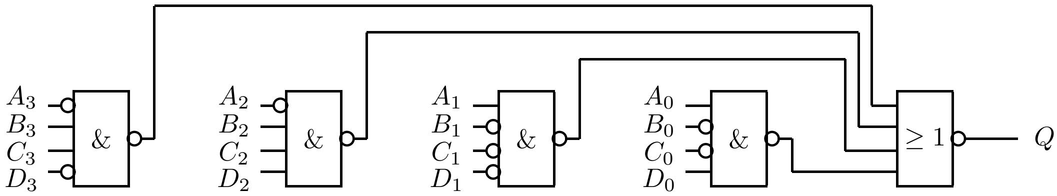
926. Oheinen taulukko muuntaa BCD-luvun ($abcd$) EXCESS-3-koodiksi ($efgh$). Täytä itse sarakkeet $abcd$ (numerojärjestyksessä) ja suunnittele logiikapiireillä toteutus sarakkeelle f.

N	a	b	c	d	e	f	g	h
0	0	0	0	0	0	0	1	1
1					0	1	0	0
2					0	1	0	1
3					0	1	1	0
4					0	1	1	1

N	a	b	c	d	e	f	g	h
5					1	0	0	0
6					1	0	0	1
7					1	0	1	0
8					1	0	1	1
9					1	1	0	0

Sekalaisia

927. Kuvitellussa korttiautomaatissa tarkistetaan tunnusluku oheisella logiikalla. Tunnusluvun jokainen numero koostuu neljän bitin ryhmästä $A_\mathrm{i}B_\mathrm{i}C_\mathrm{i}D_\mathrm{i}$, missä A_i on eniten merkitsevä bitti. Kun tunnusluku on oikea, on $Q = 1$. Missä tilassa ovat bitit $A_3B_3C_3D_3$ $A_2B_2C_2D_2$ $A_1B_1C_1D_1$ $A_0B_0C_0D_0$ kun $Q = 1$, ja mikä siis on oikea tunnusluku?

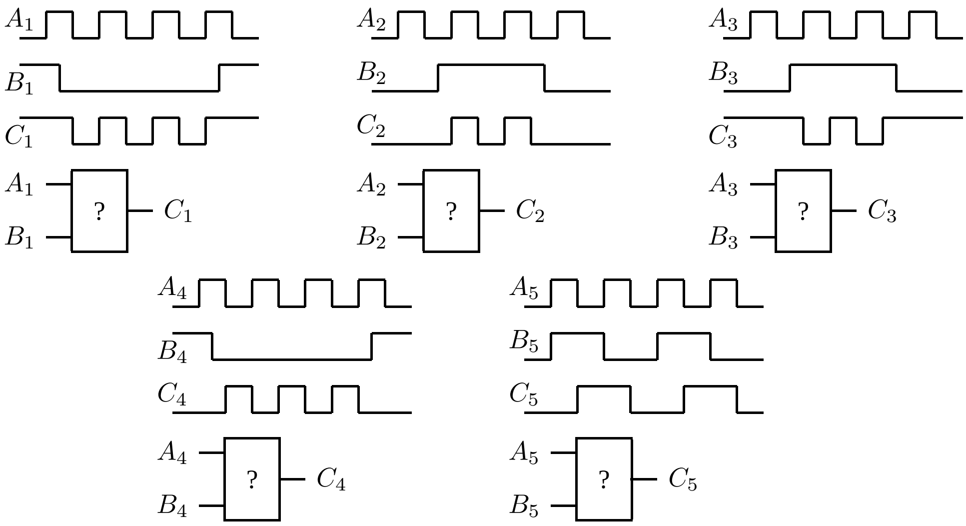


928. Suunnittele logiikkapiiri jonka lähdössä on ykkönen, kun digitaalikoodin esittämä kirjain on joku seuraavista pikkuvokaaleista: a, e, i, o, u, y. Kun kirjain on mikä tahansa muu merkki, pitäisi lähdössä olla nolla. Ohessa vastaavat ASCII-koodit. Huomaa, että bitit A, B, C ja H ovat kaikille näille vokaaleille samat ($ABCH = 0111$). Jos käytät Karnaugh'n karttaa, siihen riittävät bitit D, E, F, G.

vokaali	ABC	D	E	F	G	H
a	011	0	0	0	0	1
e	011	0	0	1	0	1
i	011	0	1	0	0	1

vokaali	ABC	D	E	F	G	H
o	011	0	1	1	1	1
u	011	1	0	1	0	1
y	011	1	1	0	0	1

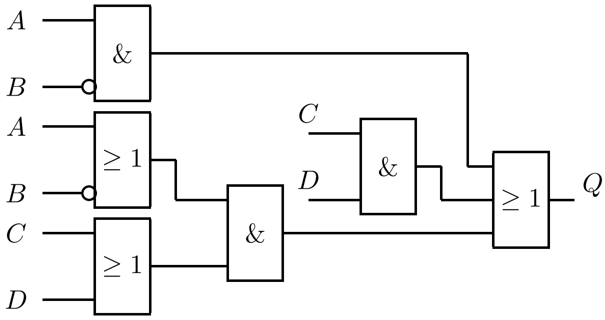
929. Signaalit A_i ja B_i tuodaan loogisille porteille. Päättele ajoituskaavioiden perusteella, mitä loogisia funktioita (AND, NAND, OR, NOR, XOR, XNOR) ovat C_1, C_2, C_3, C_4 ja C_5.



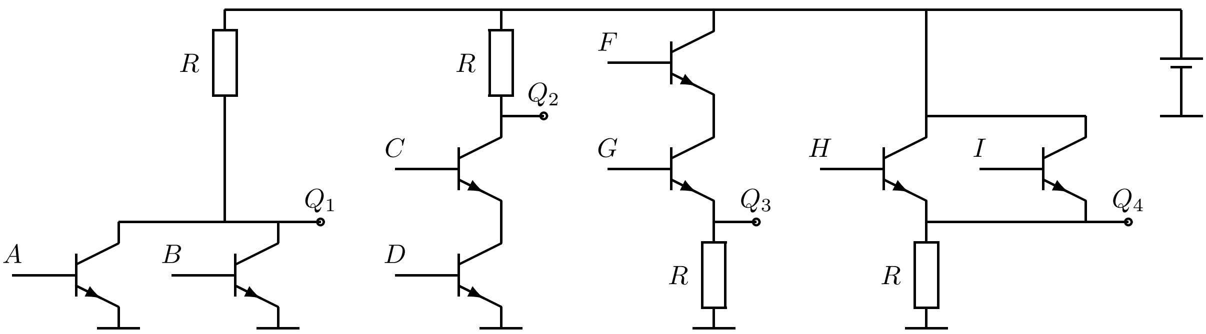
930. Tällä kertaa Suomen Pankkiin on ehdolla 2 poliitikkoa (A ja B), musta hevonen (C) ja joku nainen (D). Muuttuja saa arvon nolla, jos kyseinen henkilö on vetäytynyt ehdokkuudesta. Yhtenä ratkaisumallina voisi olla seuraava: D tulee valituksi ($Q_D = 1$), jos A tai B on nolla (tai $A = B = 0$), mutta $D \neq 0$. Vastaavasti C tulee valituksi (eli $Q_C = 1$) silloin, kun $D = 0$ ja aina, kun $A = B = 1$. Huomaa, että musta hevonen voi tulla valituksi, vaikka se ei olisi ehdolla. Suunnittele ja piirrä looginen piiri, jossa on kaksi lähtöä Q_C ja Q_D.

931. Syntyi kiistaa siitä, saako kolmas osapuoli lukea toiselle osapuolelle tarkoitettuja monitoriin kiinnitettyjä keltaisia muistilappuja ("saa lukea" $= 1$, "ei saa lukea" $= 0$). Vastaajina olivat $A =$ tietosuojavaltuutettu, $B =$ viestintävirasto (ent. telehallintokeskus), $C =$ Tomera-Liisa ja $D =$ dipl.ins. Järvinen. Koska laki ei ota tähän suoraan kantaa, tehdään päätös tilastollisesti: $Q = 1$ ("saa lukea"), jos kolme tai neljä vastaajaa on sillä kannalla. Laadi totuustaulukko, joka ottaa huomioon kaikki 16 mahdollista vastausyhdistelmää, sekä kytkentäkaavio, joka toteuttaa totuustaulukon.

932. Riku, Toni ja Niko (nimet keksittyjä) odottivat kuumeisesti jouluaattoa. Pukki oli luvannut tuoda poikien toivoman äksönmäntransformaattorirobottiukon, jos vähintään kaksi heistä oli ollut kilttinä. Jos vain yksi pojista oli ollut kiltti, tuli ratkaisijaksi äiti; tällöin robottiukko päätettiin hankkia vain, jos äidillä ei ole joulunaluskiireitä. Toimintaa kuvaa oheinen logiikkapiiri. Pukki mokoma ei muista, onko äiti A, B, C vai D. Auta pukkia ja perustele vastauksesi esimerkiksi totuustaulukon avulla. Määrittelyt:
Kiltti (1), tuhma (0)
On kiireitä (1), ei kiireitä (0)
Ukko hankitaan ($Q = 1$), ei hankita ($Q = 0$)



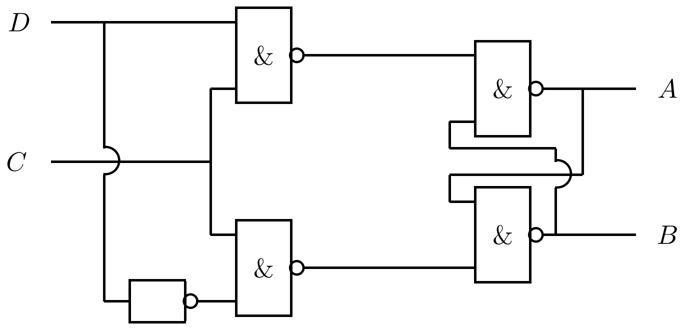
933. Tehtävän logiikkapiirissä transistoreita käytetään kytkiminä. Kun kanta on loogisessa ykköstilassa, on kytkin kiinni. Virta siis kulkee tällöin transistorin läpi ylhäältä alaspäin. Mitä loogisia toimintoja ovat $Q_1 \ldots Q_4$ kirjainten $A \ldots I$ funktiona (jätin E-kirjaimen pois tästä)? Korkeampi jännite on ykköstila.



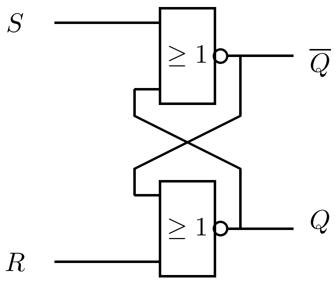
Sekvenssipiirit

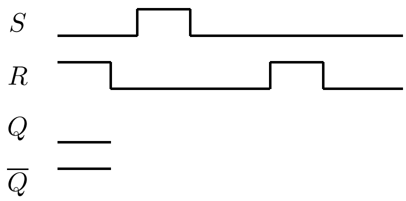
934. Täytä oheinen totuustaulukko A- ja B-sarakkeiden osalta. Etene järjestyksessä rivi kerrallaan ylhäältä alaspäin — muuten tulos ei ole yksikäsitteinen.

C	D	A	B
1	1	1	
1	0		
1	1		
1	0		
0	0		
0	1		



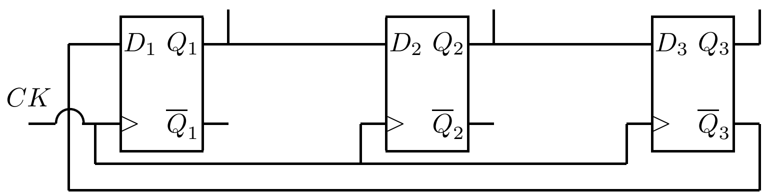
935. Täydennä kuvan RS-kiikun ajoituskaavion kaksi viimeistä riviä.





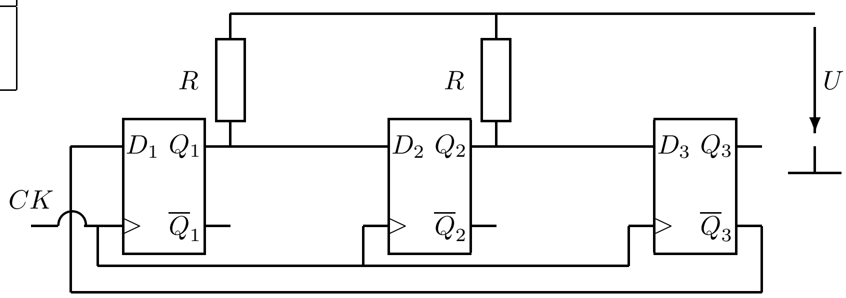
936. Mitkä desimaaliluvut muodostuvat lähdöistä Q_1 (MSB), Q_2 ja Q_3 (LSB) kahdeksan ensimmäisen kellojakson aikana lähtien tilasta $Q_1 = Q_2 = Q_3 = 0$.

CK	D	Q
↑	1	1
↑	0	0

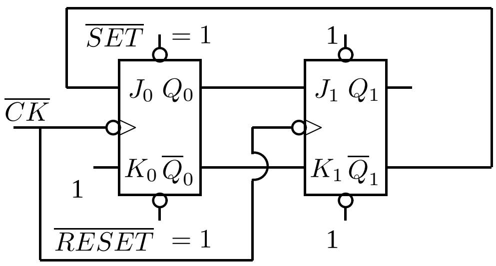


937. Päättele jännite U kahdeksan ensimmäisen kellojakson aikana lähtien tilasta $Q_1 = Q_2 = Q_3 = 0$. Lähdöt Q_i voidaan tulkita ideaalisiksi jännitelähteiksi. Loogista ykköstilaa vastaa jännite 5 V ja nollatilaa 0 V. R voi olla esimerkiksi 100 kΩ.

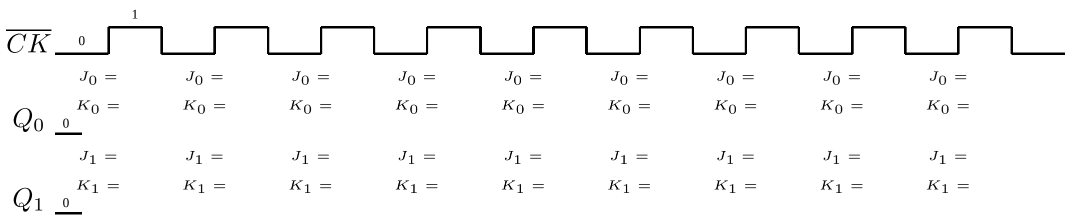
CK	D	Q
↑	1	1
↑	0	0



938. Täydennä kuvan sekvenssipiirin aikatasoesitys. $\overline{SET}$ ja $\overline{RESET}$ ovat lepotilassa eli 1. Alaindeksit n ja $n+1$ viittaavat kahteen peräkkäiseen kellojaksoon.

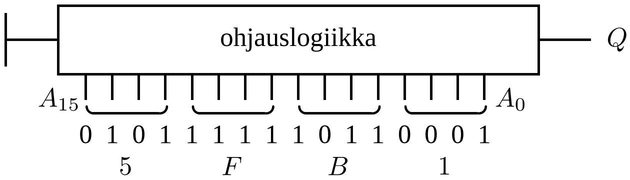


J	K	$\overline{CK}$	Q_{n+1}	selitys
0	0	↓	Q_n	tila säilyy
1	0	↓	1	asetus
0	1	↓	0	nollaus
1	1	↓	$\overline{Q}_n$	tila vaihtuu



Ratkaisut

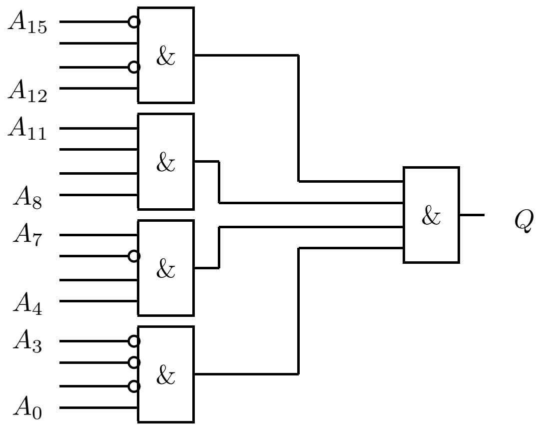
901. Suunnittele porttipiireillä oheinen ohjauslogiikka. Lähdön Q halutaan olevan 1 silloin ja vain silloin, kun mikroprosessorin osoiteväylässä on heksadesimaaliluku 5FB1. Älä käytä Karnaugh'n karttaa.



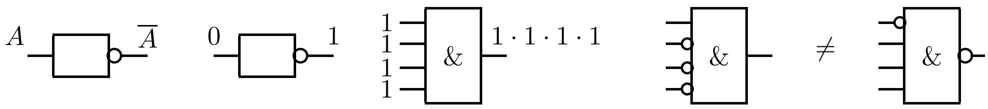
Heksadesimaaliluvut 5, F, B ja 1 koostuvat neljän bitin ryhmistä, joissa A_{15}, A_{11}, A_7, A_3 ovat eniten merkitsevät bitit (MSB) ja A_{12}, A_8, A_4, A_0 vähiten merkitsevät bitit (LSB).

$$Q = \underbrace{\overline{A}_{15} \cdot A_{14} \cdot \overline{A}_{13} \cdot A_{12}}_{5} \cdot \underbrace{A_{11} \cdot A_{10} \cdot A_9 \cdot A_8}_{F} \cdot \underbrace{A_7 \cdot \overline{A}_6 \cdot A_5 \cdot A_4}_{B} \cdot \underbrace{\overline{A}_3 \cdot \overline{A}_2 \cdot \overline{A}_1 \cdot A_0}_{1}$$

$Q = 1$ vain, jos $A_0 = 1$ & $A_1 = 0$ & $\ldots A_{15} = 0$. Sähköinen toteutus riippuu käytettävissä olevista komponenteista, esim:

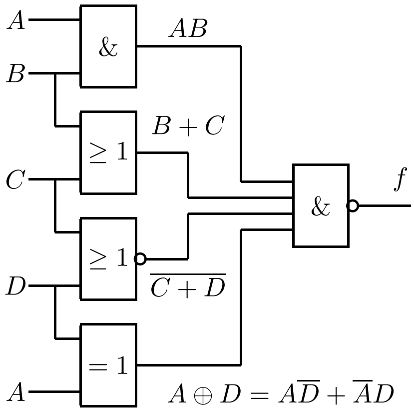


Komplementointirengas toteutetaan invertteripiirillä. Alla invertterin ja JA-portin toimintaperiaate. Huomaa loogisten operaatioiden suoritusjärjestys:



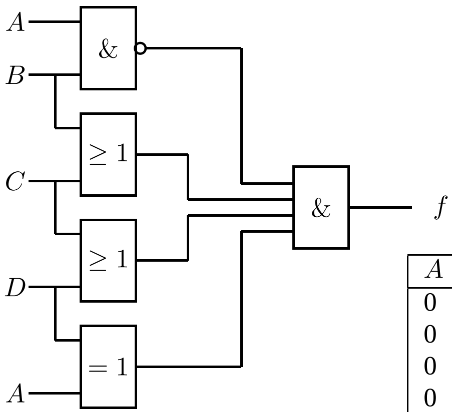
902. Kirjoita f:n lauseke muuttujien A, B, C ja D avulla. Yksinkertaista lauseketta ja laadi lopuksi totuustaulukko.

Tarkastellaan ensin jokaisen lohkon toimintaa erikseen. Nämä välitulokset yhdistetään sitten oikealla olevalla NAND-portilla. Se kertoo ensin neljä osalauseketta keskenään. Lopuksi piirin oikeassa reunassa oleva komplementointirengas vetää viivan koko lausekkeen päälle. Lauseketta voi yksinkertaistaa monella eri tavalla. Hyvinkin erilaisten välivaiheiden jälkeen on aina mahdollista päästä samaan lopputulokseen. Lausekkeen yksinkertaistaminen perustuu siihen, että sama kirjain esiintyy kahdessa tai useammassa kohtaa lauseketta. Tällöin on ainakin toiveita siitä, että lauseke yksinkertaistuu, jos lausekkeen osat pystytään yhdistämään kerto- tai yhteenlaskulla. Huomaa, että Boolen algebrassa on käytössä vain numerot 0 ja 1. Kun numeroita on näinkin vähän, on lausekkeiden arvoa mahdollista testata kaikilla mahdollisilla muuttujien arvoyhdistelmillä. Monet laskutoimitukset näyttävät tästä syystä vähän oudoilta. Vaikka JA-operaatio vastaakin täysin aritmetiikan kertolaskua, ei plusmerkillä merkitty TAI-operaatio ole sama kuin matematiikan yhteenlasku. Tosin ainoa poikkeus on 1+1=1.



$$
\begin{aligned}
f &= \overline{AB(B+C)(\overline{C+D})(A\overline{D}+\overline{A}D)} \\
&= \overline{(ABB+ABC)(\overline{C}\cdot\overline{D})(A\overline{D}+\overline{A}D)} \\
&= \overline{(1+C)AB(A\overline{D}+\overline{A}D)(\overline{C}\cdot\overline{D})} \\
&= \overline{(ABA\overline{D}+AB\overline{A}D)(\overline{C}\cdot\overline{D})} \\
&= \overline{(AAB\overline{D}+A\overline{A}BD)(\overline{C}\cdot\overline{D})} \\
&= \overline{AB\overline{D}\cdot\overline{C}\cdot\overline{D}} = \overline{AB\overline{C}\cdot\overline{D}}
\end{aligned}
$$

A	B	C	D	f
1	1	0	0	0
Muulloin				1

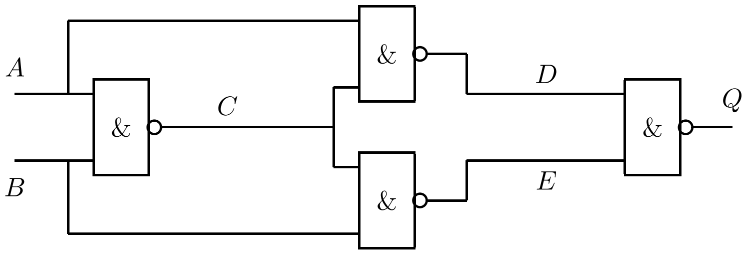


A	B	C	D	f
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1

A	B	C	D	f
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

$$f = (\overline{AB})\cdot(B+C)\cdot(C+D)\cdot(A\overline{D}+\overline{A}D) \qquad (1)$$
$$f = (\overline{A}+\overline{B})\cdot(B+C)\cdot(C+D)\cdot(A\overline{D}+\overline{A}D) \qquad (2)$$
$$f = [\overline{A}\cdot(B+C)+\overline{B}\cdot(B+C)]\cdot[A\overline{D}\cdot(C+D)+\overline{A}D\cdot(C+D)] \qquad (3)$$
$$f = [\overline{A}(B+C)+\overline{B}C]\cdot[A\overline{D}C+\overline{A}D\cdot(C+D)] \qquad (4)$$
$$f = 0+\overline{A}(B+C)\overline{A}D(C+D)+\overline{B}CA\overline{D}C+\overline{B}C\overline{A}D(C+D) \qquad (5)$$
$$f = \overline{A}(B+C)(DC+D)+\overline{B}CA\overline{D}+\overline{B}C\overline{A}(DC+D) \qquad (6)$$
$$f = \overline{A}(B+C)D(C+1)+\overline{B}CA\overline{D}+\overline{B}C\overline{A}D(C+1) \qquad (7)$$
$$f = \overline{A}BD+\overline{A}CD(1+\overline{B})+\overline{B}CA\overline{D} \qquad (8)$$
$$f = \overline{A}BD+\overline{A}CD+A\overline{B}C\overline{D} \qquad (9)$$

903. Minkä loogisen perusfunktion oheinen piiri toteuttaa (onko siis kyseessä NAND vai joku muu)?



$$C = \overline{AB} \qquad D = \overline{AC} \qquad E = \overline{BC} \tag{10}$$

$$Q = \overline{DE} = \overline{\overline{AC}\cdot\overline{BC}} = \overline{\left(\overline{A\cdot\overline{AB}}\right)\cdot\left(\overline{B\cdot\overline{AB}}\right)} \tag{11}$$

$$= \overline{\left(\overline{A}+\overline{\overline{AB}}\right)\cdot\left(\overline{B}+\overline{\overline{AB}}\right)} = \overline{(\overline{A}+AB)\cdot(\overline{B}+AB)} \tag{12}$$

$$= \overline{\overline{A}\cdot\overline{B}+\underbrace{\overline{A}A}_{0}B+A\underbrace{B\overline{B}}_{0}+\underbrace{ABAB}_{AB}} \tag{13}$$

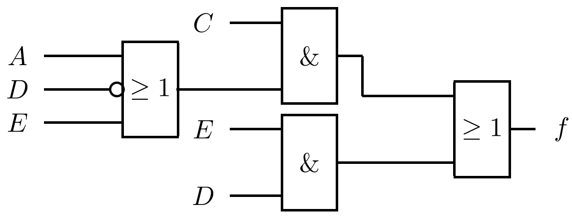
$$= \overline{\overline{A}\cdot\overline{B}+AB} = (A+B)\cdot(\overline{A}+\overline{B}) = (A\overline{B}+B\overline{A}) \quad \text{XOR} \tag{14}$$

904. Toteuta looginen funktio $f = A\overline{B}C + ABC + (C+D)(\overline{D}+E)$ käyttäen kahta AND-porttia, kahta OR-porttia ja yhtä tai useampaa invertteriä. Tuloliitäntöjä voi ANDissä ja ORissa olla enemmänkin kuin kaksi. Piirrä kytkentäkaavio.

$$f = A\overline{B}C + ABC + C\overline{D} + CE + D\overline{D} + DE \tag{15}$$

$$= AC(\overline{B}+B) + C\overline{D} + CE + DE \tag{16}$$

$$= AC + C(\overline{D}+E) + DE = C(A+\overline{D}+E) + DE \tag{17}$$



905. Sievennä Boolen algebran laskusääntöjen avulla:

$$f = \overline{A}\cdot\overline{B}D + \overline{A}BD + BCD + ACD$$

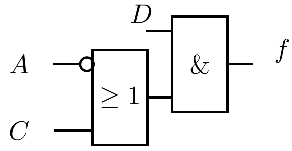
Toteuta sievennetty lauseke porttipiireillä.

$$f = \overline{A}D(\overline{B}+B) + CD(A+B) \tag{18}$$

$$f = \overline{A}D + CD(A+B) \tag{19}$$

$$f = D(\overline{A}+CA) + DCB = D(\overline{A}+C) + DCB \tag{20}$$

$$f = D\overline{A} + DC(1+B) = D(\overline{A}+C) \tag{21}$$



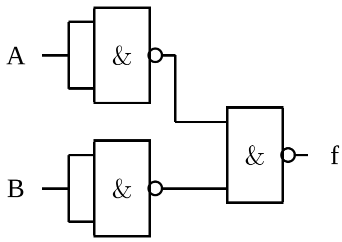
906. Sievennä Boolen algebran laskusääntöjen avulla:

$$f = A + \overline{A}B + A(A + AB) + B(A + B)$$

Toteuta sievennetty lauseke NAND-porteilla.

$$f = A + \overline{A}B + AA + AAB + BA + BB \tag{22}$$
$$= A + \overline{A}B + A + AB + AB + B = A + A + \overline{A}B + AB + B \tag{23}$$
$$= A + \overline{A}B + AB + B = A + B(\overline{A} + A + 1) \tag{24}$$
$$= A + B = \overline{\overline{A + B}} = \overline{\overline{A} \cdot \overline{B}} \tag{25}$$

Toteutus:



907. Muodosta totuustaulukko lausekkeelle:

$$f = A\overline{B} + AB\overline{C} + \overline{A}CD + AC\overline{D} + ABCD$$

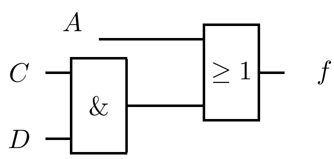
ja toteuta se logiikkapiireillä mahdollisimman yksinkertaisesti. Huom. $A + \overline{A}B = A + B$.

$$f = A(\underbrace{\overline{B} + B\overline{C}}_{\overline{B}+\overline{C}} + C(\underbrace{\overline{D} + BD}_{\overline{D}+B})) + \overline{A}CD \tag{26}$$
$$= A(\overline{B} + \underbrace{\overline{C} + C(\overline{D} + B)}_{\overline{C}+\overline{D}+B}) + \overline{A}CD \tag{27}$$
$$= A(\overline{C} + \overline{D} + \underbrace{B + \overline{B}}_{1}) + \overline{A}CD \tag{28}$$
$$\overline{C} + \overline{D} + 1 = 1 \tag{29}$$
$$f = A + \overline{A}CD = A + CD \tag{30}$$

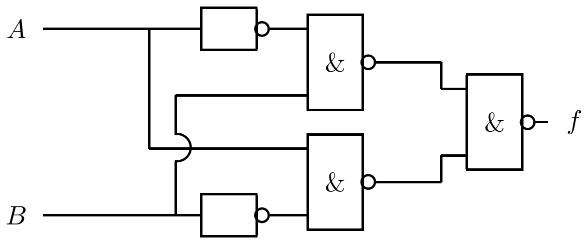
Totuustaulukko:

A	B	C	D	f
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1

A	B	C	D	f
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1



908. Tutki totuustaulukon avulla, minkä loogisen funktion oheinen piiri toteuttaa.

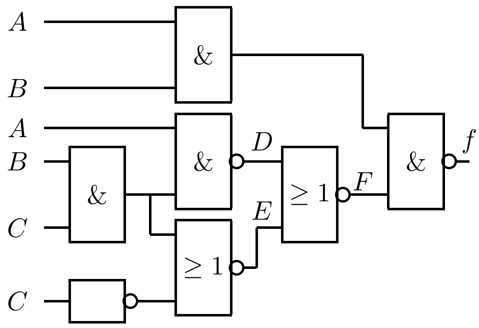


$$f = \overline{\overline{\overline{A}B}\;\overline{A\overline{B}}} = \overline{\overline{\overline{A}B}} + \overline{\overline{A\overline{B}}} = \overline{A}B + A\overline{B} \quad (31)$$

A	B	$\overline{A}B$	$A\overline{B}$	$\overline{A}B + A\overline{B}$
0	0	0	0	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	1
1	1	0	0	0

Näyttää olevan yksinomainen tai eli XOR.

909. Toteuta kuvan esittämä looginen funktio f yksinkertaisemmin.



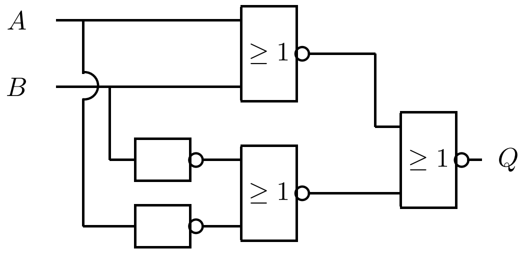
$$D = \overline{ABC} \qquad E = \overline{BC + \overline{C}} = \overline{B + \overline{C}} \quad (32)$$

$$F = \overline{D + E} = \overline{\overline{ABC} + \overline{B + \overline{C}}} \quad (33)$$

$$F = (ABC) \cdot (B + \overline{C}) = ABCB + ABC\overline{C} = ABC \quad (34)$$

$$f = \overline{(AB)(F)} = \overline{(AB)(ABC)} = \overline{ABC} \quad (35)$$

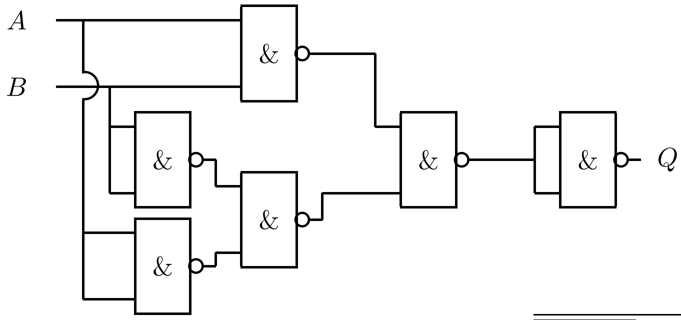
910. Toteuta oheinen logiikkapiiri käyttämällä yksinomaan NAND-portteja (ei edes invertteреitä!).



$$Q = \overline{\overline{A+B} + \overline{\overline{A}+\overline{\overline{B}}}} = \overline{\overline{A}\cdot\overline{B} + \overline{\overline{A}}\cdot\overline{\overline{\overline{B}}}} \qquad (36)$$

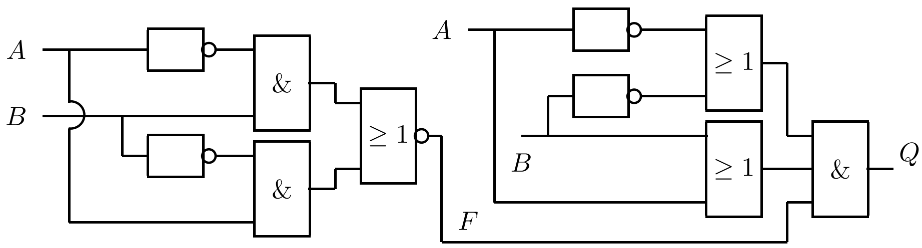
$$Q = \overline{\overline{A}\cdot\overline{B} + AB} = \overline{\overline{A}\cdot\overline{B}}\cdot\overline{AB} \qquad (37)$$

$$[Q = (A+B)\cdot(\overline{A}+\overline{B}) = A\overline{B} + \overline{A}B \quad \text{XOR}] \qquad (38)$$



Yhdellä opiskelijalla oli nerokas idea: $Q = \overline{ff}$, jossa $f = \overline{Q} = \overline{\overline{\overline{AA}\cdot\overline{BB}}\cdot\overline{AB}}$. Tämä näyttää NANDeilta vielä enemmän kuin oma toteutukseni.

911. Muodosta totuustaulukko loogiselle funktiolle Q muuttujien A ja B funktiona.



Vasen lohko ($F =$ XNOR):

$$F = \overline{\overline{A}B + A\overline{B}} = \overline{\overline{A}B}\cdot\overline{A\overline{B}} = (\overline{\overline{A}}+\overline{B})\cdot(\overline{A}+\overline{\overline{B}}) = (A+\overline{B})\cdot(\overline{A}+B) \qquad (39)$$

$$F = A\cdot B + \overline{A}\cdot\overline{B} \qquad (40)$$

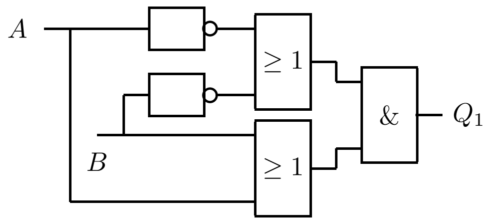
Oikea lohko ($Q =$ XOR $\cdot\, F$):

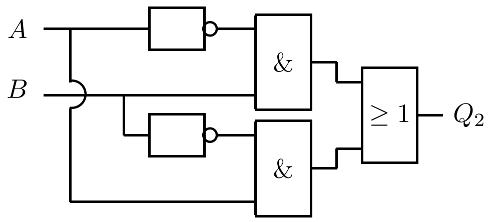
$$Q = (\overline{A}+\overline{B})\cdot(A+B)\cdot F = (\overline{A}A + \overline{A}B + \overline{B}A + \overline{B}B)\cdot F \qquad (41)$$

$$Q = (\overline{A}B + \overline{B}A)\cdot F(\overline{A}B + \overline{B}A)\cdot(A\cdot B + \overline{A}\cdot\overline{B}) \qquad (42)$$

$$Q = \overline{A}B\cdot A\cdot B + \overline{A}B\cdot\overline{A}\cdot\overline{B} + \overline{B}A\cdot A\cdot B + \overline{B}A\cdot\overline{A}\cdot\overline{B} = 0 \qquad (43)$$

912. Millä muuttujien A ja B kombinaatioilla Q_1 ja Q_2 ovat samat? Vastaus on tietysti perusteltava.

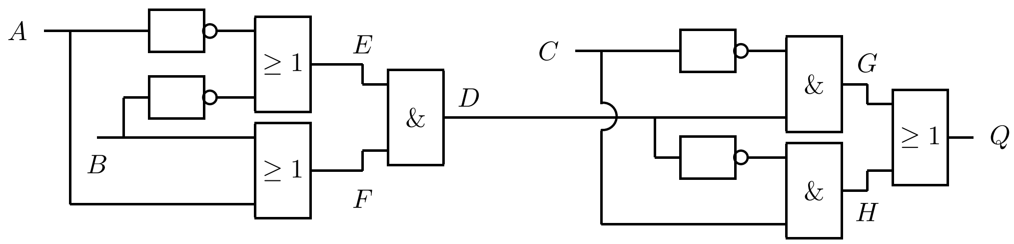




$$Q_1 = (\overline{A}+\overline{B})\cdot(A+B) = \overline{A}A+\overline{A}B+\overline{B}A+\overline{B}B = \overline{A}B + A\overline{B} \quad (44)$$
$$Q_2 = \overline{A}B + A\overline{B} \quad (45)$$

Molemmat piirit muodostavat saman toiminnon: XOR. Siksi Q_1 ja Q_2 ovat samat kaikilla muuttujien neljällä kombinaatiolla.

913. Johda lauseke loogiselle funktiolle Q, yksinkertaista lauseketta ja laadi siitä totuustaulukko muuttujien A, B ja C funktiona.



$$D = EF = (\overline{A}+\overline{B})\cdot(A+B) = \overline{A}A+\overline{A}B+\overline{B}A+\overline{B}B = \overline{A}B+\overline{B}A \quad (46)$$
$$Q = G+H = \overline{C}D+\overline{D}C \quad (47)$$
$$Q = \overline{C}(\overline{A}B+\overline{B}A)+(\overline{\overline{A}B+\overline{B}A})C \quad (48)$$
$$Q = \overline{C}\cdot\overline{A}B+\overline{C}\cdot\overline{B}A+(A+\overline{B})\cdot(B+\overline{A})C \quad (49)$$
$$Q = \overline{C}\cdot\overline{A}B+\overline{C}\cdot\overline{B}A+(AB+A\overline{A}+\overline{B}B+\overline{B}\cdot\overline{A})C \quad (50)$$
$$Q = \overline{C}\cdot\overline{A}B+\overline{C}\cdot\overline{B}A+ABC+\overline{B}\cdot\overline{A}C \quad (51)$$

A	B	C	Q
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0

A	B	C	Q
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

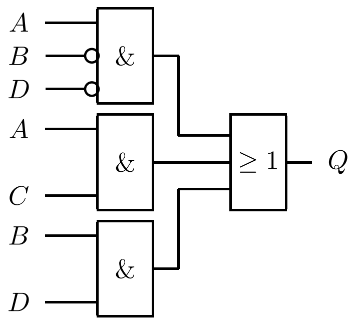
Kumpikin kokonaisuus itsessään muodostaa XOR-toiminnon: ($D = A\oplus B$ ja $Q = C\oplus D$).

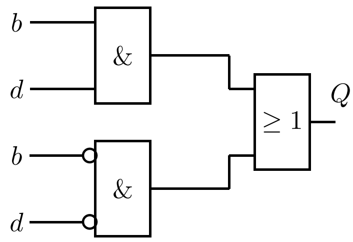
914. Suunnittele porttipiireillä oheisen Karnaugh'n kartan kuvaama laite.

$CD \backslash AB$	00	01	11	10
00	0	0	0	1
01	0	1	1	0
11	0	1	1	1
10	0	0	1	1

$cd \backslash ab$	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	1	1	0
11	0	1	1	0
10	1	0	0	1

$$Q = BD + AC + A\overline{B}\,\overline{D} \qquad\qquad Q = BD + \overline{B}\cdot\overline{D} \tag{52}$$





915. Suunnittele Karnaugh'n kartan avulla piiri, jonka lähtö on 1, kun tulot A, B, C ja D muodostavat kolmella jaollisen kokonaisluvun välillä $0\ldots9$. Piirin toimintaa ei tarvitse määritellä välillä 10-15.

Tässä tehtävässä suunnitellaan logiikkapiiri kytkentäkaavioksi asti sanallisesta tehtävänmäärittelystä alkaen. Aloitetaan laatimalla totuustaulukko tehtävänannon perusteella. Kun totuustaulukosta on muodostettu kirjainlauseke, on kytkentäkaavion piirtäminen triviaalia (vaikkei se ekalla kerralla siltä ehkä tunnu). Ongelmaksi jääkin kirjainlausekkeen muodostaminen.

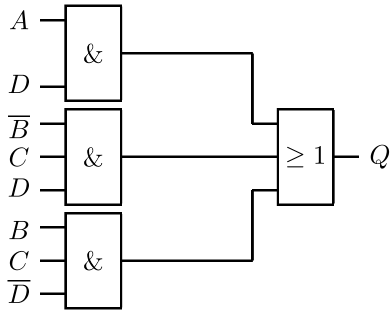
Tehokas apuväline siihen on Karnaugh'n kartta. Se soveltuu parhaiten tilanteisiin, joissa muuttujia on 3 tai 4. Karnaugh'n kartassa totuustaulukon funktiosarake (yleensä f tai Q) on siirretty matriisimuotoiseen 4x4-ruudukkoon. Jokaista totuustaulukon riviä vastaa yksikäsitteisesti yksi matriisin ruutu. Ruudut määräytyvät vaaka- ja pystykoordinaattien perusteella niinkuin puhelinluettelon kartoissa. Määrittelemättömät tilat voidaan merkitä x:llä, joka voidaan tilanteen mukaan tulkita nollaksi tai ykköseksi. Ykköset rajataan mahdollisimman suuriin suorakaidelaatikoihin, joiden korkeus tai leveys ei kuitenkaan saa olla kolme ruutua. Suorakaiteet saavat jatkua reunan yli. Jokainen suorakaide voidaan yksikäsitteisesti kuvata yksinkertaisella kertolaskulausekkeella. Koko funktio on eri laatikoiden välinen TAI-operaatio. Kirjassa on selitetty Karnaugh'n karttaa paljon perusteellisemmin.

Totuustaulukko ja Karnaugh'n kartta:

N	A	B	C	D	Q
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0
2	0	0	1	0	0
3	0	0	1	1	1
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	0
6	0	1	1	0	1
7	0	1	1	1	0
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	1	1
Muut					x

CD \ AB	00	01	11	10
00	0	0	x_0	0
01	0	0	x_1	1
11	1	0	x_1	x_1
10	0	1	x_1	x_0

$x_0 = 0 \qquad x_1 = 1$

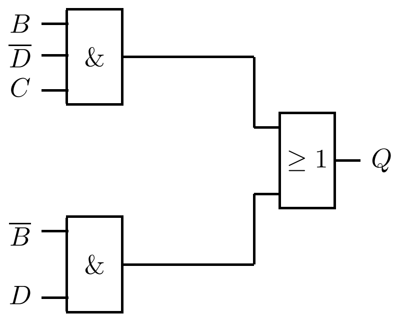


$$Q = AD + \overline{B}CD + BC\overline{D} \tag{53}$$

Karnaugh'n kartassa on pyritty rajaamaan mahdollisimman suuria ykkösalueita valitsemalla osa x:istä nollaksi ja osa ykköseksi.

916. Suunnittele Karnaugh'n kartan avulla piiri, jonka lähtö on $Q = 1$, kun tulot A, B, C ja D muodostavat kokonaisluvun 1,3,6,9,11 tai 14.

CD \ AB	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	1	0	0	1
11	1	0	0	1
10	0	1	1	0



$$Q = \overline{B}D + BC\overline{D} \tag{54}$$

917. Suunnittele Karnaugh'n kartan avulla kirjainlauseke, joka saa arvon 1, kun tulot A, B, C ja D muodostavat kolmella tai seitsemällä jaollisen kokonaisluvun välillä $1 \ldots 15$. Piirin toimintaa ei tarvitse määritellä, kun $A = B = C = D = 0$.

N	A	B	C	D	Q
0	0	0	0	0	x
1	0	0	0	1	0
2	0	0	1	0	0
3	0	0	1	1	1
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	0
6	0	1	1	0	1
7	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	1	1
10	1	0	1	0	0
11	1	0	1	1	0
12	1	1	0	0	1
13	1	1	0	1	0
14	1	1	1	0	1
15	1	1	1	1	1

CD \ AB	00	01	11	10
00	x	0	1	0
01	0	0	0	1
11	1	1	1	0
10	0	1	1	0

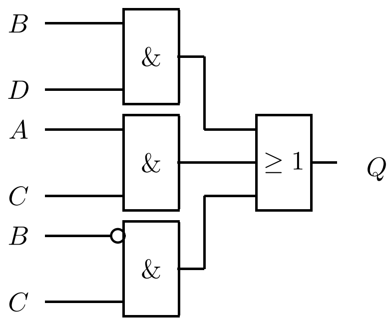
$$Q = \overbrace{BC + \overline{A}CD}^{BC+\overline{A}\,\overline{B}CD} + \underbrace{AB\overline{D}}_{AB(C+\overline{C})\overline{D}} + A\overline{B}\,\overline{C}D \tag{55}$$

918. Muodosta porttipiireillä logiikka, joka antaa lähtöön Q ykkösen, jos binäärikoodi $ABCD$ (D = LSB) vastaa heksadesimaalilukua 2, 3, 5, 7, A, B, D, E tai F.

$Hexa$	A	B	C	D	Q
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0
2	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	1
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	1

$Hexa$	A	B	C	D	Q
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	1	0
A	1	0	1	0	1
B	1	0	1	1	1
C	1	1	0	0	0
D	1	1	0	1	1
E	1	1	1	0	1
F	1	1	1	1	1

CD \ AB	00	01	11	10
00				
01		1	1	
11	1	1	1	1
10	1		1	1



$$Q = BD + AC + \overline{B}C \; (= BD + (A + \overline{B})C) \tag{56}$$

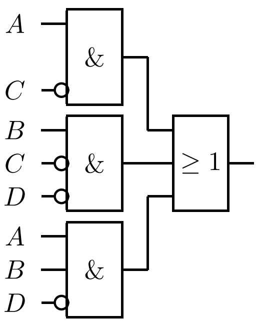
919. AB ja CD ovat molemmat kaksibittisiä binäärilukuja. Täytä ensin sarake Q seuraavasti: $Q = 1$ vain, jos luku $AB > CD$, muuten $Q = 0$. Piirrä lopuksi logiikkapiiri, joka toteuttaa totuustaulukkosi.

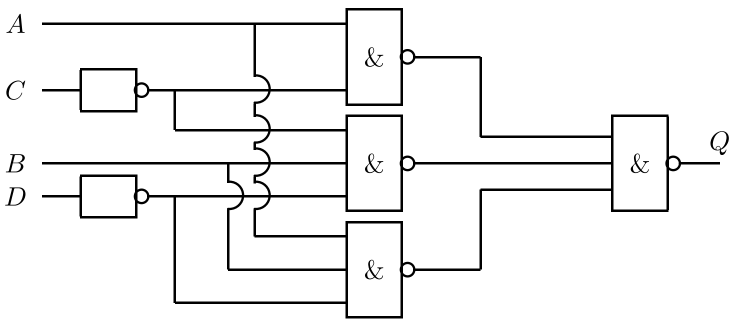
AB	CD	Q	AB	CD	Q	AB	CD	Q	AB	CD	Q
00	00	0	01	00	1	10	00	1	11	00	1
00	01	0	01	01	0	10	01	1	11	01	1
00	10	0	01	10	0	10	10	0	11	10	1
00	11	0	01	11	0	10	11	0	11	11	0

CD \ AB	00	01	11	10
00	0	1	1	1
01	0	0	1	1
11	0	0	0	0
10	0	0	1	0

$$Q = A\overline{C} + B\overline{C} \cdot \overline{D} + AB\overline{D} \tag{57}$$

$$\left(Q = \overline{\overline{A\overline{C}} \cdot \overline{B\overline{C} \cdot \overline{D}} \cdot \overline{AB\overline{D}}}\right) \tag{58}$$





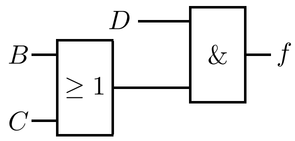
Yllä kaksi vaihtoehtoista toteutusta. Piiri on 2-bittinen (digitaalinen) komparaattori.

920. Toteuta kombinaatiologiikalla totuustaulukon sarake f:

A	B	C	D	f
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0

A	B	C	D	f
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1
muut tilat: ei määritelty $= x$				

$CD \backslash AB$	00	01	11	10
00	x	x		
01	x	x	1	
11	x	x	1	1
10	x	x		



Karnaugh'n kartalta:

$$f = BD + CD = (B + C)D \tag{59}$$

Totuustaulukosta suoraan:

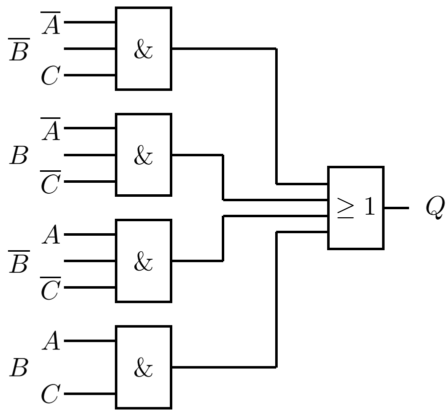
$$f = \overline{B}CD + B\overline{C}D + BCD = [\overline{B}C + B(\overline{C} + C)]D = [\overline{B}C + B]D = (C + B)D$$

Muutkin toteutukset olisivat mahdollisia.

921. Piirrä logiikkapiiri, joka toteuttaa oheisen totuustaulukon sarakkeen Q.

A	B	C	Q
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

$C \backslash AB$	00	01	11	10
0	0	1	0	1
1	1	0	1	0



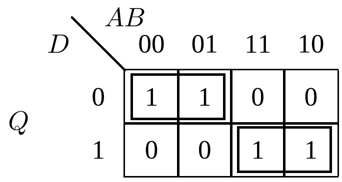
$$Q = \overline{A}\,\overline{B}\,C + \overline{A}\,B\,\overline{C} + A\,\overline{B}\,\overline{C} + A\,B\,C \tag{60}$$

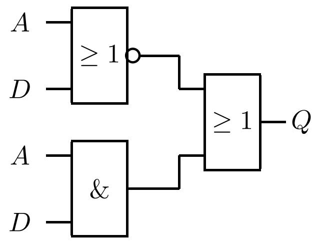
Koska ykkösalueita ei voida yhdistää, tulee lopulliseen lausekkeeseen neljä termiä. Samat termit olisi saatu suoraan totuustaulukosta.

922. Toteuta oheinen totuustaulukko (sarake Q) mahdollisimman yksinkertaisesti logiikkapiireillä muuttujien A, B ja D funktiona.

A	B	D	Q
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0

A	B	D	Q
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1





$$Q = \overline{A}\,\overline{D} + AD = \overline{A+D} + AD \quad (61)$$

$$Q = \overline{\overline{\overline{A}\,\overline{D} + AD}} = \overline{\overline{\overline{A}\,\overline{D}}\;\overline{AD}} \quad (62)$$

$$= \overline{(A+D)\,(\overline{A}+\overline{D})} = \overline{A\overline{A} + A\overline{D} + D\overline{A} + D\overline{D}} \quad (63)$$

$$= \overline{A\overline{D} + D\overline{A}} = \overline{A \oplus D} \quad (64)$$

923. Toteuta oheisen totuustaulukon sarakkeet Q_1 ja Q_2 kombinaatiologiikalla (A, B ja C muuttujina).

A	B	C	Q_1	Q_2
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	1	1	0
1	1	1	1	1

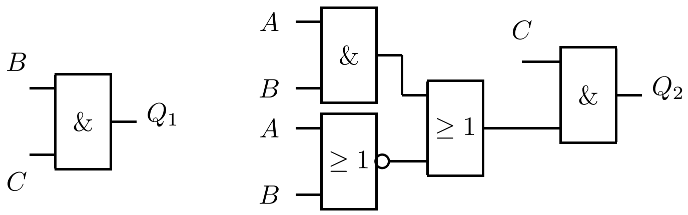
Suoraan totuustaulukosta:

$$Q_1 = \overline{A}BC + ABC = (\overline{A} + A)BC = BC \quad (65)$$

$$Q_2 = \overline{A}\cdot\overline{B}C + ABC = (\overline{\overline{\overline{A}\cdot\overline{B}}} + AB)C = (\overline{A+B} + AB)C \quad (66)$$

$$[Q_2 = \overline{\overline{(\overline{A}\cdot\overline{B} + AB)}}C = \overline{((\overline{\overline{A}} + \overline{\overline{B}})(\overline{A} + \overline{B}))}C \quad (67)$$

$$= \overline{(A+B)(\overline{A}+\overline{B})}C = \overline{(A\overline{A} + A\overline{B} + B\overline{A} + B\overline{B})}C = \overline{(A\overline{B} + B\overline{A})}C] \quad (68)$$



Yksinkertaisempi toteutus Karnaugh'n kartalla; kaikkia tiloja ei ole määritelty (x):

Q_1

C \ AB	00	01	11	10
0	0	x	x	x
1	0	1	1	x

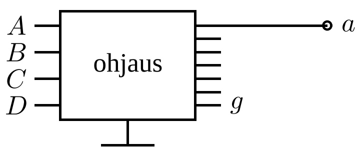
Q_2

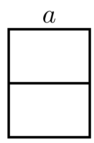
C \ AB	00	01	11	10
0	0	x	x	x
1	1	0	1	x

$$Q_1 = B \qquad Q_2 = A + C\overline{B} \tag{69}$$

Kuvan totuustaulukko voisi olla 2-bittisen flash-A/D-muuntimen enkooderi.

924. Muodosta porttipiireillä ohjaus 7-segmenttinäytön a-segmentille, kun tulosignaalina on 4-bittinen BCD-luku (0…9). Aloita kirjoittamalla totuustaulukko. A on MSB.

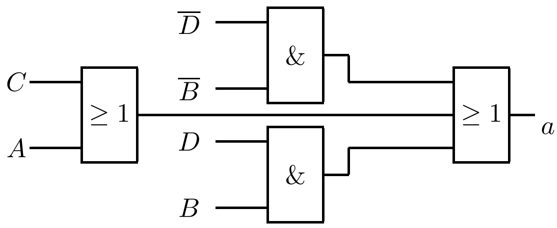




Totuustaulukko (x voidaan tulkita nollaksi tai ykköseksi):

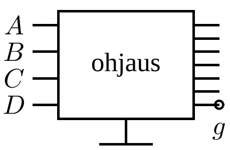
A	B	C	D	BCD	a
0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	1	0
0	0	1	0	2	1
0	0	1	1	3	1
0	1	0	0	4	0
0	1	0	1	5	1
0	1	1	0	6	1
0	1	1	1	7	1
1	0	0	0	8	1
1	0	0	1	9	1
1	0	1	0	-	x
1	0	1	1	-	x
1	1	0	0	-	x
1	1	0	1	-	x
1	1	1	0	-	x
1	1	1	1	-	x

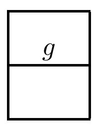
CD \ AB	00	01	11	10
00	1	0	x	1
01	0	1	x	1
11	1	1	x	x
10	1	1	x	x



$$a = A + C + BD + \overline{B} \cdot \overline{D} \tag{70}$$

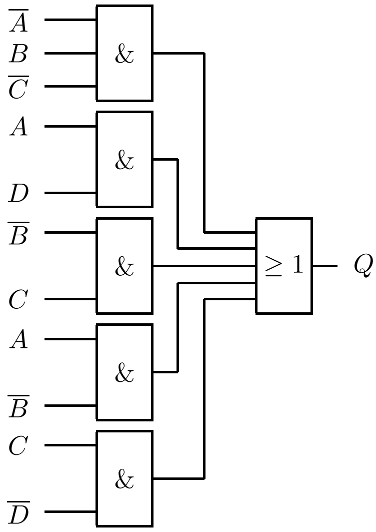
925. Muodosta porttipiireillä ohjaus 7-segmenttinäytön (heksa) g-segmentille, kun tulosignaali ($ABCD$) on 4-bittinen binäärikoodi. Aloita kirjoittamalla totuustaulukko. A on MSB.





A	B	C	D	$Heksa$	g
0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	0
0	0	1	0	2	1
0	0	1	1	3	1
0	1	0	0	4	1
0	1	0	1	5	1
0	1	1	0	6	1
0	1	1	1	7	0
1	0	0	0	8	1
1	0	0	1	9	1
1	0	1	0	A	1
1	0	1	1	b	1
1	1	0	0	C	0
1	1	0	1	d	1
1	1	1	0	E	1
1	1	1	1	F	1

CD \ AB	00	01	11	10
00	0	1	0	1
01	0	1	1	1
11	1	0	1	1
10	1	1	1	1



$$Q = C\overline{D} + A\overline{B} + \overline{B}C + AD + \overline{A}B\overline{C} \qquad (71)$$

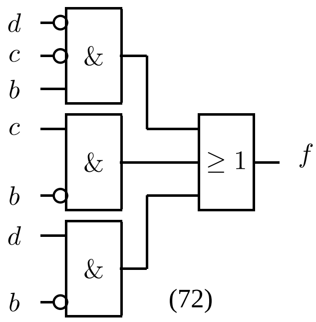
926. Oheinen taulukko muuntaa BCD-luvun ($abcd$) EXCESS-3-koodiksi ($efgh$). Täytä itse sarakkeet $abcd$ (numerojärjestyksessä) ja suunnittele logiikapiireillä toteutus sarakkeelle f.

N	a	b	c	d	e	f	g	h
0	0	0	0	0	0	0	1	1
1	0	0	0	1	0	1	0	0
2	0	0	1	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	0	1	1	0
4	0	1	0	0	0	1	1	1

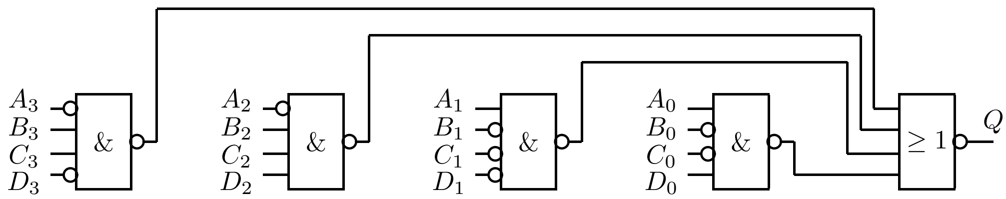
N	a	b	c	d	e	f	g	h
5	0	1	0	1	1	0	0	0
6	0	1	1	0	1	0	0	1
7	0	1	1	1	1	0	1	0
8	1	0	0	0	1	0	1	1
9	1	0	0	1	1	1	0	0

cd \ ab	00	01	11	10
00	0	1	x	0
01	1	0	x	1
11	1	0	x	x
10	1	0	x	x

$$f = \overline{b}d + \overline{b}c + b\overline{c} \cdot \overline{d}$$



927. Kuvitellussa korttiautomaatissa tarkistetaan tunnusluku oheisella logiikalla. Tunnusluvun jokainen numero koostuu neljän bitin ryhmästä $A_\mathrm{i}B_\mathrm{i}C_\mathrm{i}D_\mathrm{i}$, missä A_i on eniten merkitsevä bitti. Kun tunnusluku on oikea, on $Q = 1$. Missä tilassa ovat bitit $A_3B_3C_3D_3$ $A_2B_2C_2D_2$ $A_1B_1C_1D_1$ $A_0B_0C_0D_0$ kun $Q = 1$, ja mikä siis on oikea tunnusluku?



$$Q = \overline{Q_3 + Q_2 + Q_1 + Q_0} \tag{73}$$

$$Q_3 = \overline{\overline{A}_3 B_3 C_3 \overline{D}_3} \qquad Q_2 = \overline{\overline{A}_2 B_2 C_2 D_2} \qquad Q_1 = \overline{A_1 \overline{B}_1\, \overline{C}_1\, \overline{D}_1} \qquad Q_0 = \overline{A_0 \overline{B}_0\, \overline{C}_0 D_0}$$

$$Q = 1 \Rightarrow Q_3 = Q_2 = Q_1 = Q_0 = 0 \Rightarrow \overline{Q}_3 = \overline{Q}_2 = \overline{Q}_1 = \overline{Q}_0 = 1 \tag{75}$$

$$\underbrace{\overline{A}_3 B_3 C_3 \overline{D}_3}_{0110} = 1 \qquad \underbrace{\overline{A}_2 B_2 C_2 D_2}_{0111} = 1 \qquad \underbrace{A_1 \overline{B}_1\, \overline{C}_1\, \overline{D}_1}_{1000} = 1 \qquad \underbrace{A_0 \overline{B}_0\, \overline{C}_0 D_0}_{1001} = 1$$

$$\Rightarrow 0110\ 0111\ 1000\ 1001_{\mathrm{BCD}} = 6789_{10} \tag{77}$$

Ainakaan tätä kirjoittaessani kyseessä ei ole oma tunnuslukuni (eikä ole koskaan ollutkaan), joten turha yrittää mitään!

928. Suunnittele logiikkapiiri jonka lähdössä on ykkönen, kun digitaalikoodin esittämä kirjain on joku seuraavista pikkuvokaaleista: a, e, i, o, u, y. Kun kirjain on mikä tahansa muu merkki, pitäisi lähdössä olla nolla. Ohessa vastaavat ASCII-koodit. Huomaa, että bitit A, B, C ja H ovat kaikille näille vokaaleille samat ($ABCH = 0111$). Jos käytät Karnaugh'n karttaa, siihen riittävät bitit D, E, F, G.

vokaali	ABC	D	E	F	G	H
a	011	0	0	0	0	1
e	011	0	0	1	0	1
i	011	0	1	0	0	1

vokaali	ABC	D	E	F	G	H
o	011	0	1	1	1	1
u	011	1	0	1	0	1
y	011	1	1	0	0	1

$$Q_1 = \overline{D} \cdot \overline{E}\,\overline{F} \cdot \overline{G} + \overline{D} \cdot \overline{E} F \overline{G} + \overline{D} E \overline{F} \cdot \overline{G} + \overline{D} E F G + D \overline{E} F \overline{G} + D E \overline{F} \cdot \overline{G} \tag{78}$$

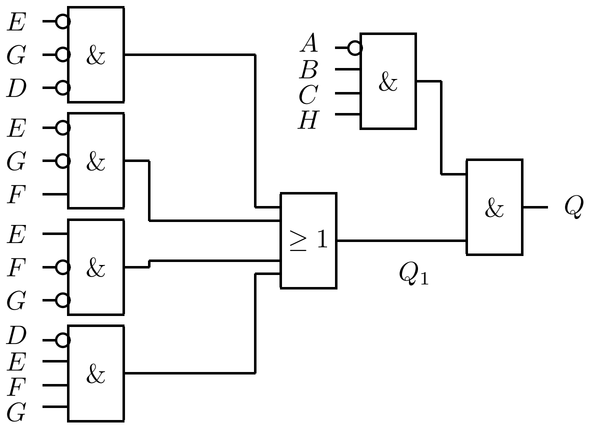
$$Q_1 = \overline{D} \cdot \overline{E}\,\overline{G}(\overline{F} + F) + E \overline{F} \cdot \overline{G}(\overline{D} + D) + \overline{D} E F G + D \overline{E} F \overline{G} \tag{79}$$

$$Q_1 = \overline{D} \cdot \overline{E} \cdot \overline{G} + E \overline{F} \cdot \overline{G} + \overline{D} E F G + D \overline{E} F \overline{G} \tag{80}$$

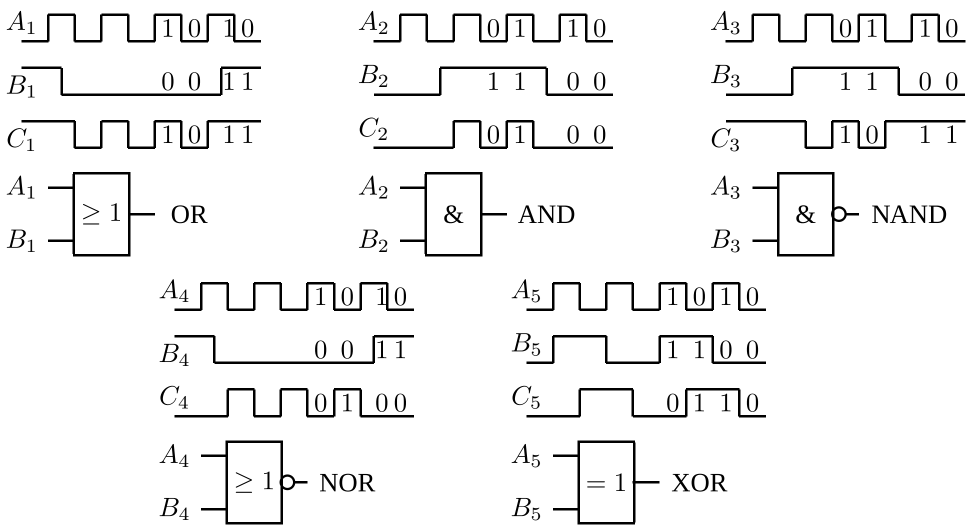
$$Q_1 = \overline{E} \cdot \overline{G}(\overline{D} + D F) + E \overline{F} \cdot \overline{G} + \overline{D} E F G \tag{81}$$

$$Q_1 = \overline{E} \cdot \overline{G}(\overline{D} + F) + E \overline{F} \cdot \overline{G} + \overline{D} E F G \tag{82}$$

$$Q = \overline{A} B C H \cdot Q_1 \tag{83}$$



929. Signaalit A_i ja B_i tuodaan loogisille porteille. Päättele ajoituskaavioiden perusteella, mitä loogisia funktioita (AND, NAND, OR, NOR, XOR, XNOR) ovat C_1, C_2, C_3, C_4 ja C_5.



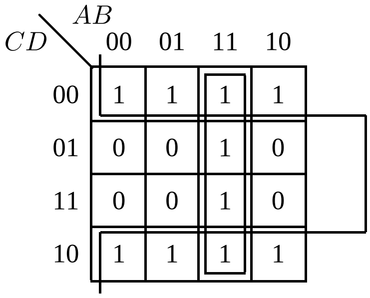
930. Tällä kertaa Suomen Pankkiin on ehdolla 2 poliitikkoa (A ja B), musta hevonen (C) ja joku nainen (D). Muuttuja saa arvon nolla, jos kyseinen henkilö on vetäytynyt ehdokkuudesta. Yhtenä ratkaisumallina voisi olla seuraava: D tulee valituksi ($Q_D = 1$), jos A tai B on nolla (tai $A = B = 0$), mutta $D \neq 0$. Vastaavasti C tulee valituksi (eli $Q_C = 1$) silloin, kun $D = 0$ ja aina, kun $A = B = 1$. Huomaa, että musta hevonen voi tulla valituksi, vaikka se ei olisi ehdolla. Suunnittele ja piirrä looginen piiri, jossa on kaksi lähtöä Q_C ja Q_D.

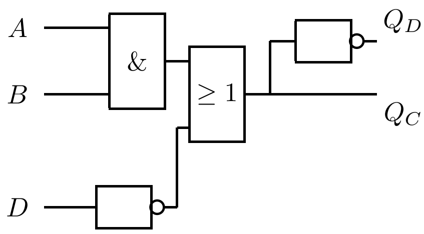
"ja aina, kun" tarkoittaa tässä loogista TAI-operaatiota.

$ABCD$	Q_C	Q_D
00 00	1	0
00 01	0	1
00 10	1	0
00 11	0	1
01 00	1	0
01 01	0	1
01 10	1	0
01 11	0	1

$ABCD$	Q_C	Q_D
10 00	1	0
10 01	0	1
10 10	1	0
10 11	0	1
11 00	1	0
11 01	1	0
11 10	1	0
11 11	1	0

Sarakkeet Q_C ja Q_D ovat toistensa komplementteja. Muodostetaan Karnaugh'n kartan avulla ensin ratkaisu sarakkeelle Q_C.



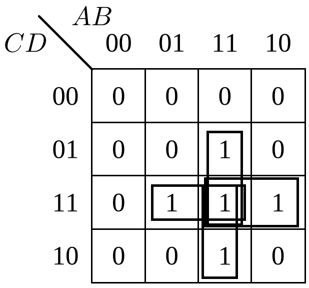


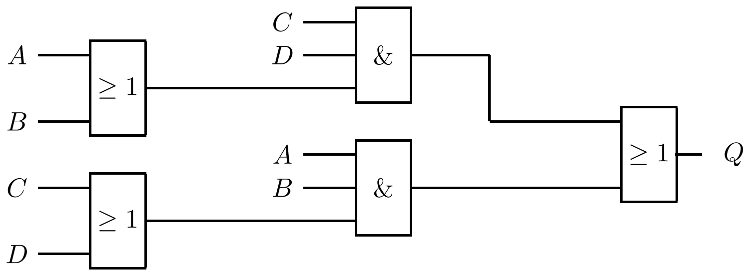
$$Q_C = \overline{D} + AB \qquad Q_D = \overline{Q_C} \tag{84}$$

Tämä oli vain koetehtävä — ei kannanotto, eikä sovinistinen vitsi ;-)

931. Syntyi kiistaa siitä, saako kolmas osapuoli lukea toiselle osapuolelle tarkoitettuja monitoriin kiinnitettyjä keltaisia muistilappuja ("saa lukea" $= 1$, "ei saa lukea" $= 0$). Vastaajina olivat $A =$ tietosuojavaltuutettu, $B =$ viestintävirasto (ent. telehallintokeskus), $C =$ Tomera-Liisa ja $D =$ dipl.ins. Järvinen. Koska laki ei ota tähän suoraan kantaa, tehdään päätös tilastollisesti: $Q = 1$ ("saa lukea"), jos kolme tai neljä vastaajaa on sillä kannalla. Laadi totuustaulukko, joka ottaa huomioon kaikki 16 mahdollista vastausyhdistelmää, sekä kytkentäkaavio, joka toteuttaa totuustaulukon.

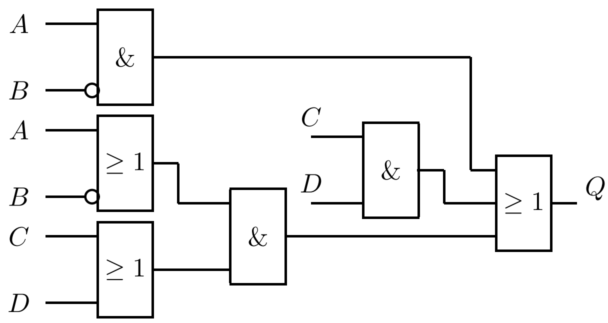
A	B	C	D	Q
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	0	1	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	1	0	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1





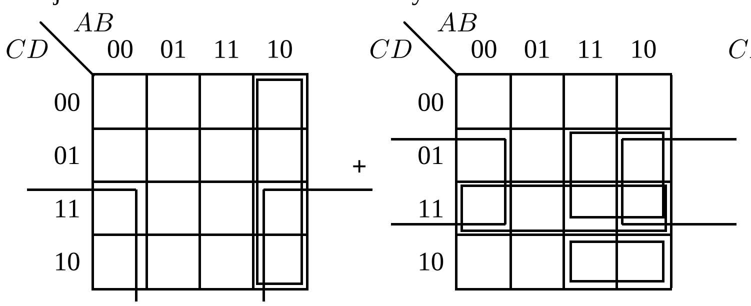
$$Q = AB(C + D) + CD(A + B) \tag{85}$$

932. Riku, Toni ja Niko (nimet keksittyjä) odottivat kuumeisesti jouluaattoa. Pukki oli luvannut tuoda poikien toivoman äksönmäntransformaattorirobottiukon, jos vähintään kaksi heistä oli ollut kilttinä. Jos vain yksi pojista oli ollut kiltti, tuli ratkaisijaksi äiti; tällöin robottiukko päätettiin hankkia vain, jos äidillä ei ole joulunaluskiireitä. Toimintaa kuvaa oheinen logiikkapiiri. Pukki mokoma ei muista, onko äiti A, B, C vai D. Auta pukkia ja perustele vastauksesi esimerkiksi totuustaulukon avulla. Määrittelyt:
Kiltti (1), tuhma (0)
On kiireitä (1), ei kiireitä (0)
Ukko hankitaan ($Q = 1$), ei hankita ($Q = 0$)



$$Q = (A \cdot \overline{B}) + (C \cdot D) + (A + \overline{B}) \cdot (C + D) \tag{86}$$
$$= A \cdot \overline{B} + C \cdot D + AC + AD + \overline{B} \cdot C + \overline{B} \cdot D \tag{87}$$
$$= \left(A \cdot \overline{B} + \overline{B} \cdot C\right) + \left(C \cdot D + AC + AD + \overline{B} \cdot D\right) \tag{88}$$

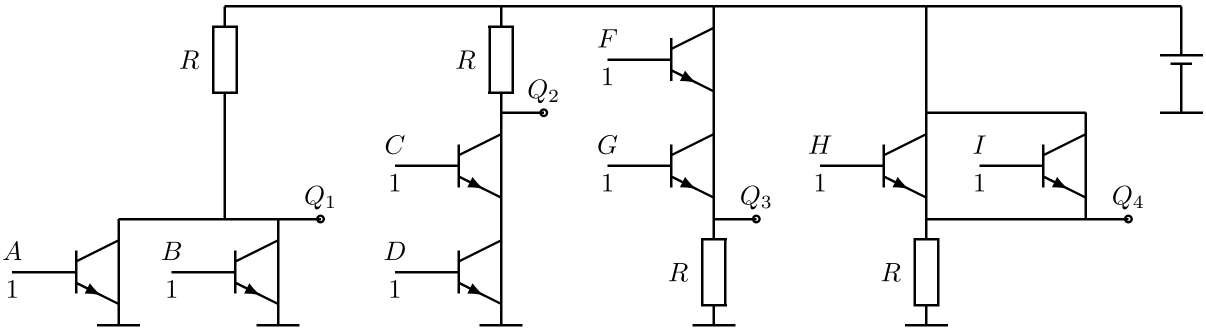
Totuustaulukon tekeminen olisi järkevää, mutta muodostan tässä Karnaugh'n kartan, jossa jokainen lausekkeen termi vastaa yhtä aluetta:



$CD \backslash AB$	00	01	11	10
00				1
01	1		1	1
11	1	1	1	1
10	1		1	1

Seuraavat digitaalikoodit tuottavat siis ykkösen:
$\overline{A}\ \overline{B}\ \overline{C}\ D$, $\overline{A}\ \overline{B}\ C\ D$, $\overline{A}\ \overline{B}\ C\ \overline{D}$, $\overline{A}\ B\ C\ D$, $A\ B\ \overline{C}\ D$, $A\ B\ C\ D$, $A\ B\ C\ \overline{D}$, $A\ \overline{B}\ \overline{C}\ \overline{D}$, $A\ \overline{B}\ \overline{C}\ D$, $A\ \overline{B}\ C\ D$, $A\ \overline{B}\ C\ \overline{D}$
Ja seuraavat nollan:
$\overline{A}\ \overline{B}\ \overline{C}\ \overline{D}$
$\overline{A}\ B\ \overline{C}\ \overline{D}$ Jos B olisi kiltti poika, tämän koodin pitäisi tuottaa ykkönen!
$A\ B\ \overline{C}\ \overline{D}$, $\overline{A}\ B\ \overline{C}\ D$, $\overline{A}\ B\ C\ \overline{D}$
Äiti on siis B, mutta pojat eivät taida enää olla robottiukkoiässä.

933. Tehtävän logiikkapiirissä transistoreita käytetään kytkiminä. Kun kanta on loogisessa ykköstilassa, on kytkin kiinni. Virta siis kulkee tällöin transistorin läpi ylhäältä alaspäin. Mitä loogisia toimintoja ovat $Q_1 \ldots Q_4$ kirjainten $A \ldots I$ funktiona (jätin E-kirjaimen pois tästä)? Korkeampi jännite on ykköstila. Kuvassa kaikki kytkimet kiinni.

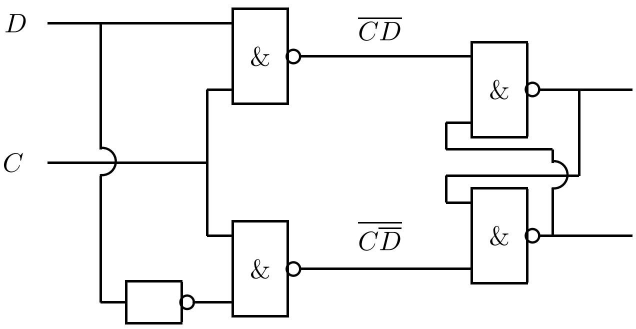


Jos $A = 1$ tai $B = 1$ (tai molemmat), kulkee transistorin ja vastuksen läpi virtaa. Q_1 on tällöin nollatilassa, koska vastus R aiheuttaa jännitehäviön. Lähtö $Q_1 = 1$ vain, jos $A = 0$ ja $B = 0$.
Jos C ja D ovat molemmat ykkösiä, kulkee vastuksen läpi virtaa, jolloin siis $Q_2 = 0$. Kun C tai D tai molemmat ovat nollia, on Q_2 ykköstilassa.
Kolmas tapaus on kakkostapaukselle duaalinen. $Q_3 = 1$ vain, jos F ja G ovat molemmat ykkösiä, jolloin transistorit johtavat; virta aiheuttaa vasyukseen jännitteen.
$Q_4 = 1$ aina, kun edes toinen transistori johtaa.

$$Q_1 = \overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B} \quad Q_2 = \overline{C \cdot D} = \overline{C} + \overline{D} \qquad Q_3 = F \cdot G \quad Q_4 = H + I \tag{89}$$

934. Täytä oheinen totuustaulukko A- ja B-sarakkeiden osalta. Etene rivi kerrallaan järjestyksessä ylhäältä alaspäin — muuten tulos ei ole yksikäsitteinen.

C	D	A	B	A	B
1	1	1	0	1	0
1	0	$\overline{B} = 0$	1	0	1
1	1	1	$\overline{A} = 0$	1	0
1	0	$\overline{B} = 0$	1	0	1
0	0	$\overline{B}$	$\overline{A}$	0	1
0	1	$\overline{B}$	$\overline{A}$	0	1

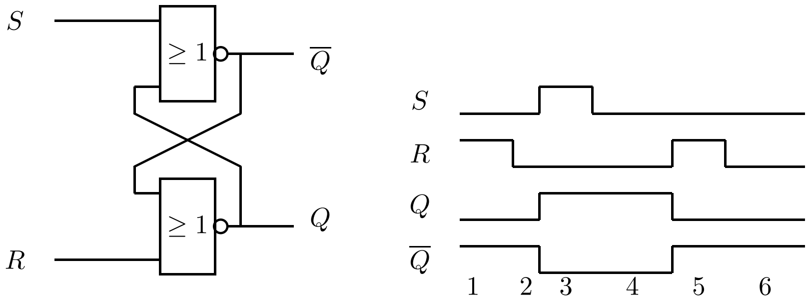


$A = \overline{B\overline{CD}} = \overline{B} + CD$

$B = \overline{A\overline{C\overline{D}}} = \overline{A} + C\overline{D}$

Kahdella viimeiselläkin rivillä $A = \overline{B} = 0$ ja $B = \overline{A} = 1$, koska mikään ei aiheuta tilan muutosta neljännen rivin jälkeen. Kyseessä on *enable*lla varustettu D-tyypin kiikku (transparent latch). Kun *enable* $C = 1$, siirtyy D:ssä oleva *data* lähtöön $A = Q$, vastaavasti $B = \overline{Q}$.

935. Täydennä kuvan RS-kiikun ajoituskaavion kaksi viimeistä riviä.



S ja R eivät saa olla yhtä aikaa ykkösiä, mikä otettiin huomioon jo tehtävän määrittelyssä.

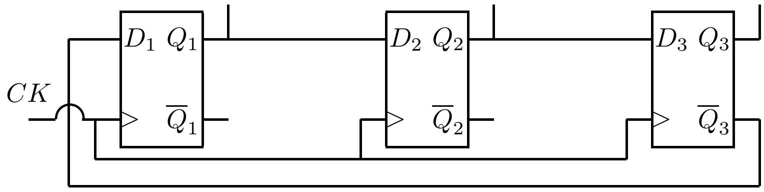
R	$\overline{Q}$	Q
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

S	Q	$\overline{Q}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

1. Ensin $R = 1 \Rightarrow Q = 0$
1. Koska $S = 0$ ja $Q = 0$, on $\overline{Q} = 1$
2. Seuraavaksi $R = 0$ ja $\overline{Q} = 1$, eli Q pysyy nollassa
3. Nyt S nousee ykköseen samalla, kun $Q = 0$, mikä vie $\overline{Q}$:n nollaksi
3. Tämä vie Q:n ykköseksi, koska $R = 0$
4. Kun nyt S nollataan Q:n ollessa ykkönen, ei $\overline{Q}$ muutu
4. Koska R ja $\overline{Q}$ ovat nollia, ei tämäkään aiheuta muutospaineita Q:lle
5. Kun R viedään ykköseksi $\overline{Q}$:n ollessa nolla, siirtyy Q vuorollaan nollaan
5. Ylempi NAND-portti ei tässäkään haraa vastaan
6. Resetin R nollaaminen $\overline{Q}$:n ollessa ylhäällä ei muuta tilannetta.

936. Mitkä desimaaliluvut muodostuvat lähdöistä Q_1 (MSB), Q_2 ja Q_3 (LSB) kahdeksan ensimmäisen kellojakson aikana lähtien tilasta $Q_1 = Q_2 = Q_3 = 0$.

CK	D	Q
$\uparrow$	1	1
$\uparrow$	0	0

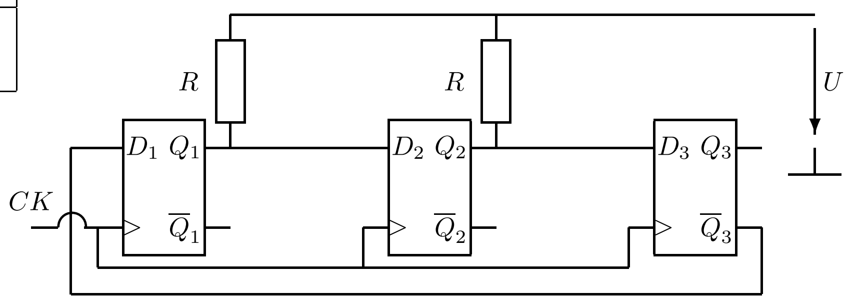


CK	$D_1 = \overline{Q}_3$	$Q_1 = D_2$	$Q_2 = D_3$	Q_3	dec
$\uparrow$	1	0	0	0	0
$\uparrow$	1	1	0	0	4
$\uparrow$	1	1	1	0	6
$\uparrow$	0	1	1	1	7
$\uparrow$	0	0	1	1	3
$\uparrow$	0	0	0	1	1
$\uparrow$	1	0	0	0	0
$\uparrow$	1	1	0	0	4
$\uparrow$	1	1	1	0	6

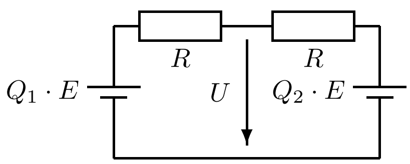
Datatulossa D_i oleva tila siirtyy lähtöön Q_i kellopulssin nousevan reunan kohdalla.

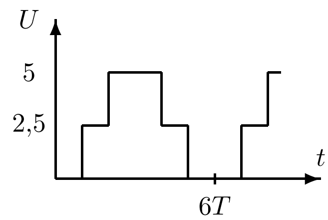
937. Päättele jännite U kahdeksan ensimmäisen kellojakson aikana lähtien tilasta $Q_1 = Q_2 = Q_3 = 0$. Lähdöt Q_i voidaan tulkita ideaalisiksi jännitelähteiksi. Loogista ykköstilaa vastaa jännite 5 V ja nollatilaa 0 V. R voi olla esimerkiksi 100 kΩ.

CK	D	Q
$\uparrow$	1	1
$\uparrow$	0	0



CK	$D_1 = \overline{Q_3}$	$Q_1 = D_2$	$Q_2 = D_3$	Q_3	U
	1	0	0	0	0
↑	1	0	0	0	0
↑	1	1	0	0	2,5
↑	1	1	1	0	5
↑	0	1	1	1	5
↑	0	0	1	1	2,5
↑	0	0	0	1	0
↑	1	0	0	0	0
↑	1	1	0	0	2,5
↑	1	1	1	0	5

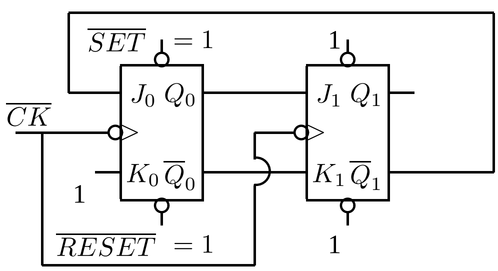




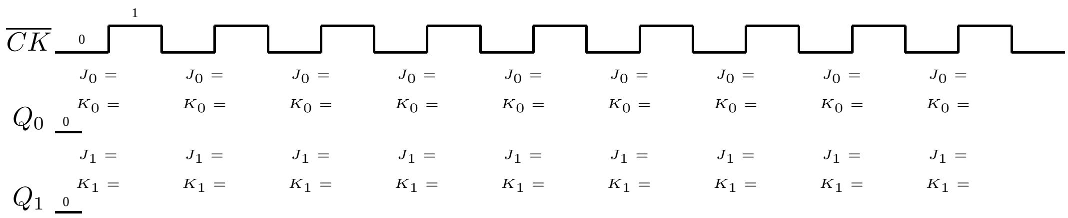
Lopputuloksena syntyi yksinkertainen signaaligeneraattori.

938. Kiikku eli flip-flop. Täydennä kuvan sekvenssipiirin aikatasoesitys. $\overline{SET}$ ja $\overline{RESET}$ ovat lepotilassa eli 1. Alaindeksit n ja $n+1$ viittaavat kahteen peräkkäiseen kellojaksoon.

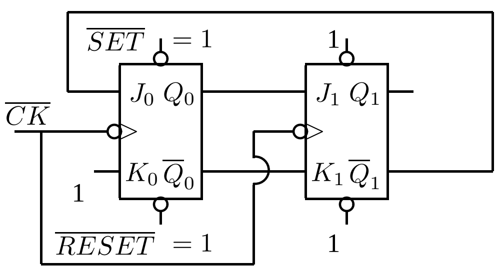
Tarkista ensin kuvasta, minkä verran käyriä oli alunperin annettu. Kellopulssin lisäksi on määritelty alkutila $Q_0 = 0$ ja $Q_1 = 0$. Oheinen totuustaulukko määrittelee molempien kiikkujen toimintaa. Nuoli alaspäin tarkoittaa sitä, että tilanmuutokset voivat tapahtua vain kellopulsiin laskevan reunan kohdalla (vrt. kuva). Ohjauspinnien J ja K kytkentä on katsottava kaaviosta. Sieltä nähdään, että J_0:aa säätelee $\overline{Q}_1$, K_0 on kytketty pysyvästi ykköseen, jne.

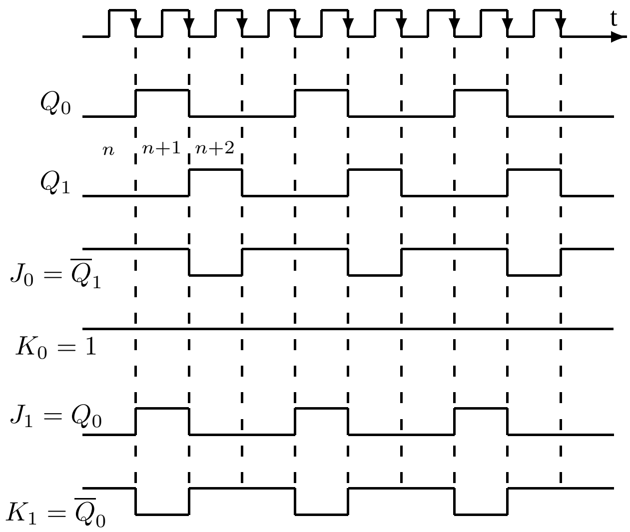


J	K	$\overline{CK}$	Q_{n+1}	selitys
0	0	↓	Q_n	tila säilyy
1	0	↓	1	asetus
0	1	↓	0	nollaus
1	1	↓	$\overline{Q}_n$	tila vaihtuu



Katsotaan lähtöjen ja ohjausnastojen tilat ennen ensimmäistä kellopulssin laskevaa reunaa: $Q_0 = 0$, $Q_1 = 0$, $J_0 = 1$, $K_0 = 1$, $J_1 = 0$ ja $K_1 = 1$. Nämä tilat ovat voimassa vähintään ensimmäiseen kellopulssin laskevaan reunaan asti. Väliaikatiedoista nähdään, että vasen kiikku on totuustaulukon viimeisen rivin tilanteessa ja oikea kiikku totuustaulukon toiseksi viimeisellä rivillä. Siis Q_0 vaihtaa tilaansa ja Q_1 nollataan (eli pysyy nollassa). Tästä alkaa uusi kierros. Tutkitaan jälleen ohjausnastojen tilat ja katsotaan totuustaulukosta, mitä nyt tehdään. Toisella kellojaksolla vasen kiikku on edelleen viimeisellä rivillä, mutta oikea kiikku toimii taulukon toisen rivin mukaan: Q_1 asettuu ykköseksi. Kun tarkastelua jatketaan useiden kellojaksojen ajan, huomataan käyrien jaksollisuus.





J	K	$\overline{CK}$	Q_{n+1}	selitys
0	0	↓	Q_n	tila säilyy
1	0	↓	1	asetus
0	1	↓	0	nollaus
1	1	↓	$\overline{Q}_n$	tila vaihtuu

Aluksi tunnetaan $Q_0 = 0$ ja $Q_1 = 0$ lähtötilanteessa. J_0, K_0, J_1 ja K_1 nähdään kytkentäkaaviosta. Mahdollinen tilan muutos tapahtuu kellopulssin laskevalla reunalla (koska $\overline{CK}$ eikä CK). $\overline{SET}$ ja $\overline{RESET}$ ovat ykkösiä eli lepotilassa. J_0 ja K_0 määräävät, millä totuustaulukon rivillä vasen kiikku toimii. Samoin J_1 ja K_1 oikealle kiikulle. Piiri jakaa kellotaajuuden kolmella. Q_0 tai Q_1 voi toimia lähtönä. Sopivalla ketjulla pulssitaajuus voidaan jakaa millä tahansa kokonaisluvulla.